Pengertian

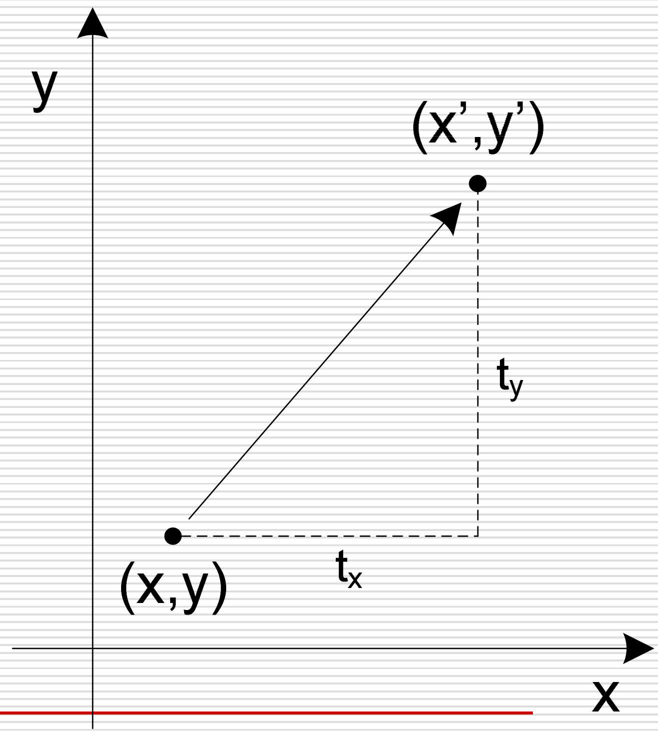
- 'Transformasi' → *geometric transformation*
- Transformasi = mengubah deskripsi koordinat dari objek

Transformasi dasar:

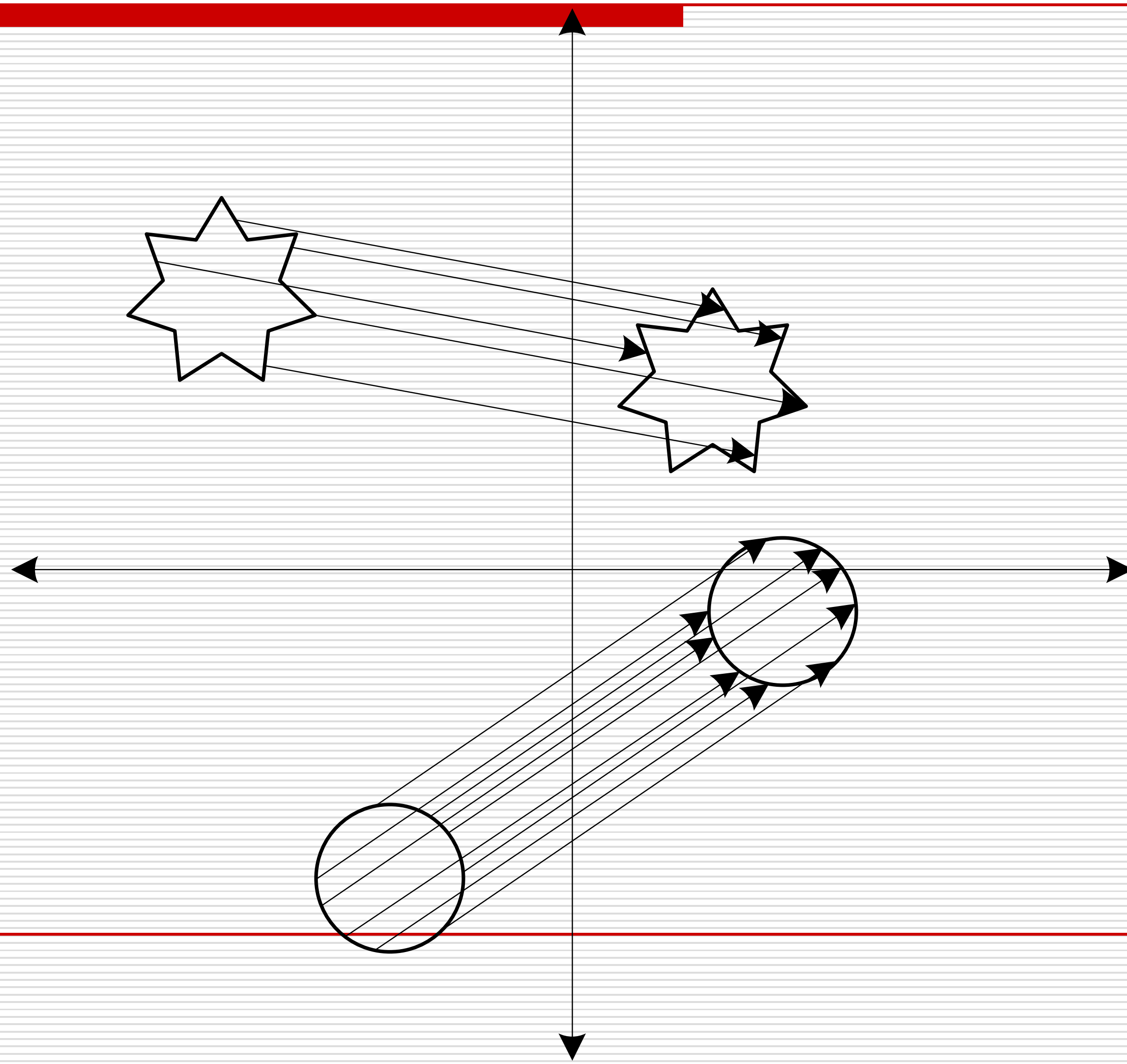
- Translasi
- Rotasi
- Penskalaan

Translasi

- Mengubah posisi objek: perpindahan lurus
- Menambahkan *translation distance* t_x & t_y ke tiap titik dari objek
- (x,y) --translasi→ (x',y')
  - $x' = x + t_x$
  - $y' = y + t_y$
- Pasangan (t_x, t_y) disebut dengan translation vector



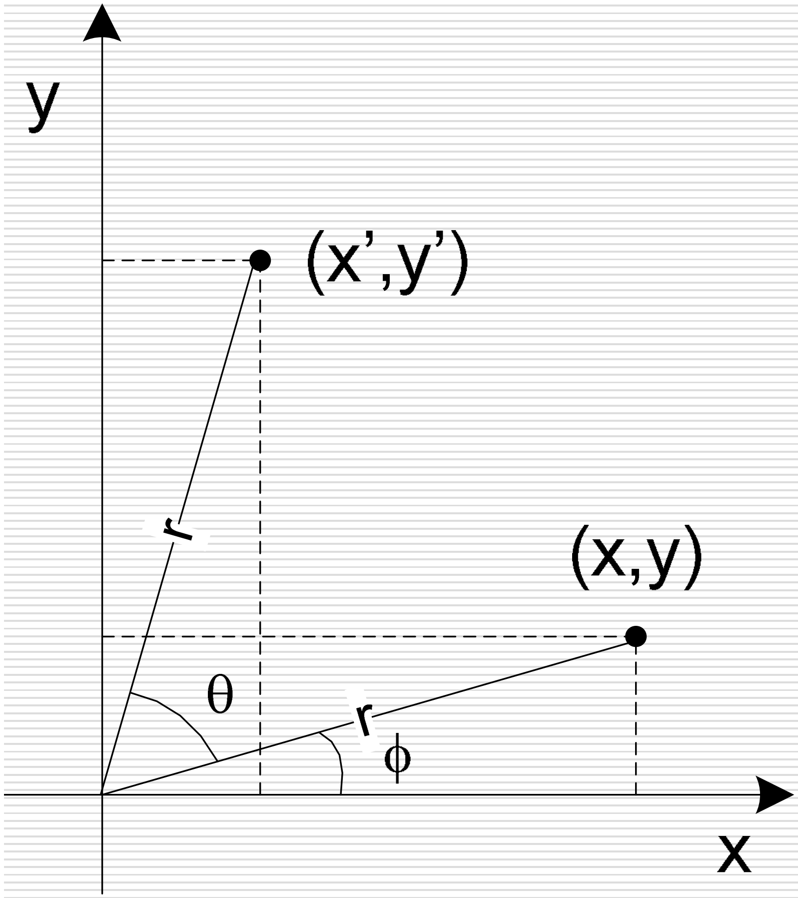
Contoh translasi



Rotasi

- Mengubah posisi objek: perpindahan sesuai jalur sirkular
- Perlu dispesifikasikan:
  - Sudut rotasi θ (*rotation angle*)
  - Titik tumpu rotasi (x_r, y_r) (*pivot point*)
- Konsensus ttg θ:
  - Positif: putaran berlawanan arah jarum jam
  - Negatif: putaran searah jarum jam

Rotasi terhadap titik (0,0)



$x \;\; = r \cos \phi$

$y \;\; = r \sin \phi$

$x' \; = r \cos (\phi + \theta)$

$\;\;\;\; = r \cos \phi \cos \theta - r \sin \phi \sin \theta$

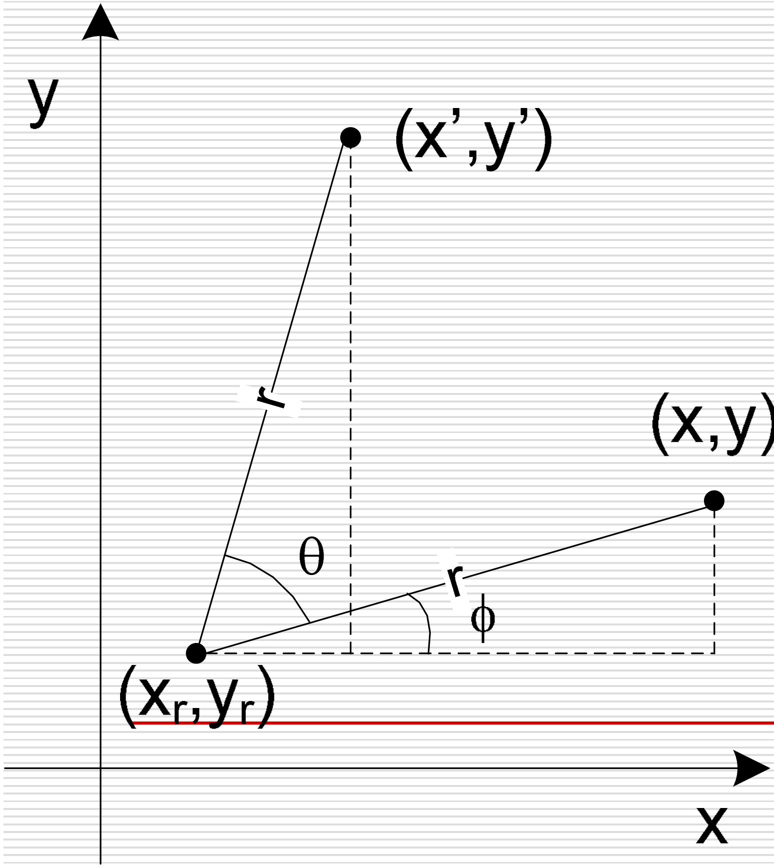
$\;\;\;\; = x \cos \theta - y \sin \theta$

$y' \; = r \sin (\phi + \theta)$

$\;\;\;\; = r \cos \phi \sin \theta + r \sin \phi \cos \theta$

$\;\;\;\; = x \sin \theta + y \cos \theta$

Rotasi terhadap titik (x_r, y_r)



$x' = x_r + (x - x_r)\cos\theta - (y - y_r)\sin\theta$

$y' = y_r + (x - x_r)\sin\theta + (y - y_r)\cos\theta$

1. Translasi $t_x = -x_r$ & $t_y = -y_r$
2. Rotasi sebesar θ
3. Translasi $t_x = x_r$ & $t_y = y_r$

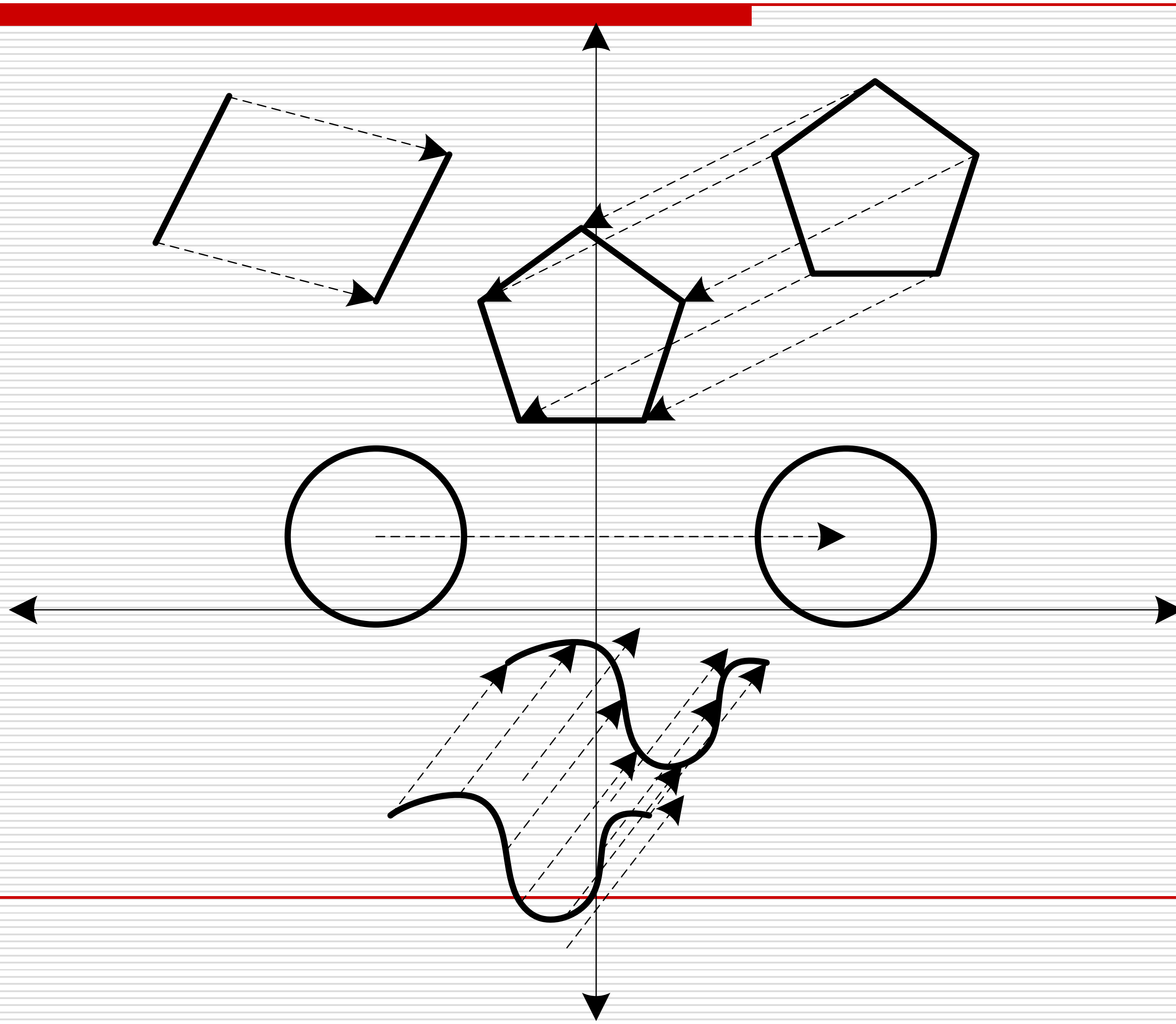
Rigid-body transformation

- Transformasi yang hanya mengubah posisi objek, tanpa mengubah bentuknya
- Setiap titik pada objek mendapat perlakuan yang sama
- Transformasi dasar:
  - Translasi
  - Rotasi

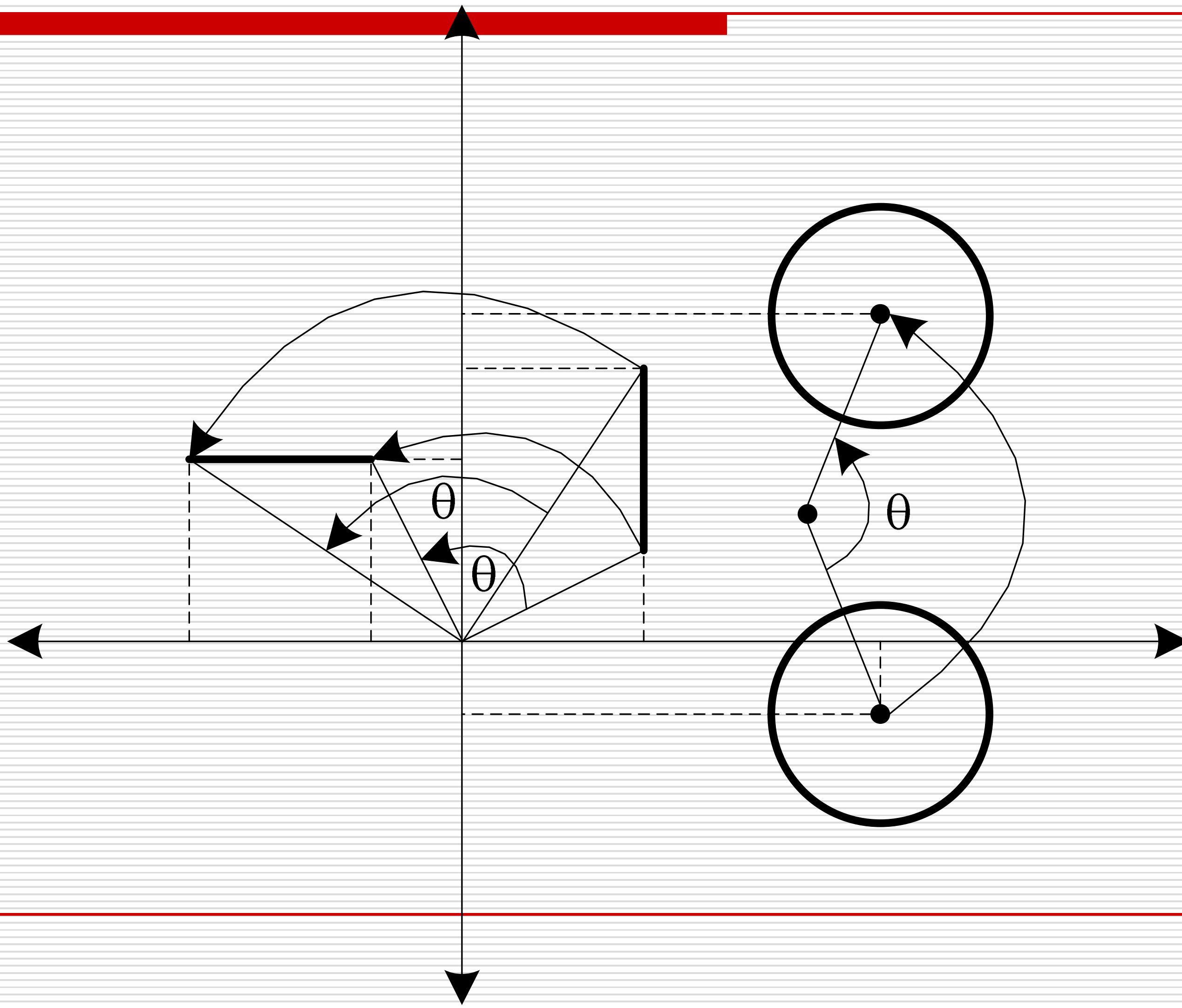
Rigid-body transformation: teknik

- Transformasikan hanya titik-titik yang terlibat dalam deskripsi objek
- Titik-titik lain digambar ulang dgn algoritma pembangkit primitif grafika

Rigid-body transformation: translasi

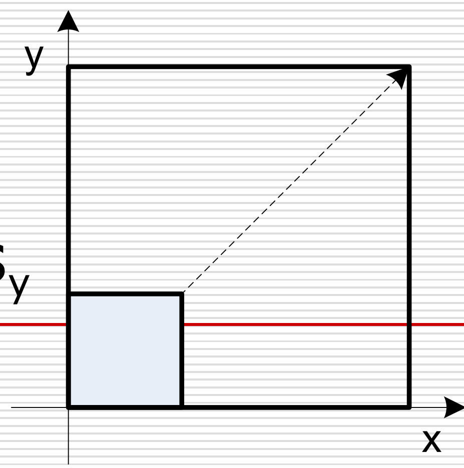


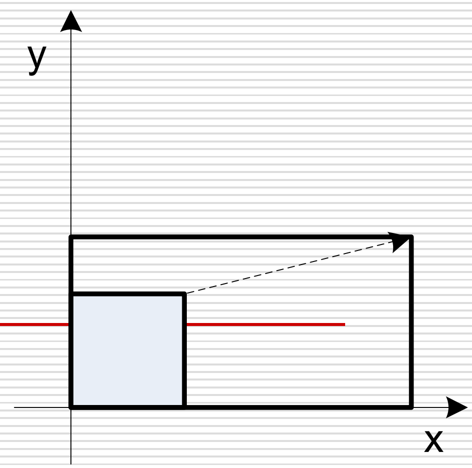
Rigid-body transformation: rotasi



Penskalaan

- Mengubah ukuran objek (memperbesar / memperkecil)
  - Mengubah jarak setiap titik pada objek terhadap titik acuan
- Perlu dispesifikasikan:
  - Faktor penskalaan: s_x & s_y → real: (0..N]
  - Titik acuan (x_f, y_f)
- Jenis penskalaan:
  - Uniform: $s_x = s_y$
  - Differential: $s_x \neq s_y$



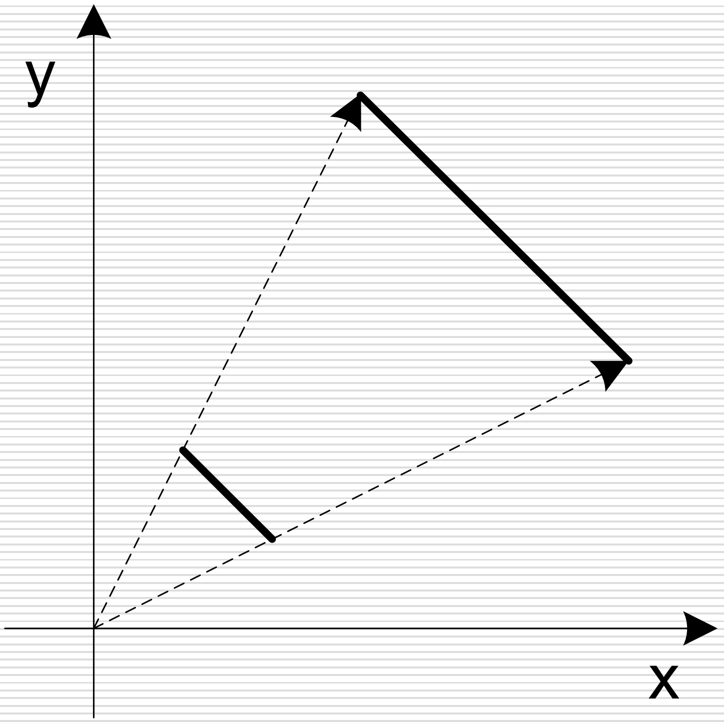


Penskalaan terhadap titik (0,0)

$$x' = x.s_x$$
$$y' = y.s_y$$

- Bentuk objek berubah
- Posisi objek berubah

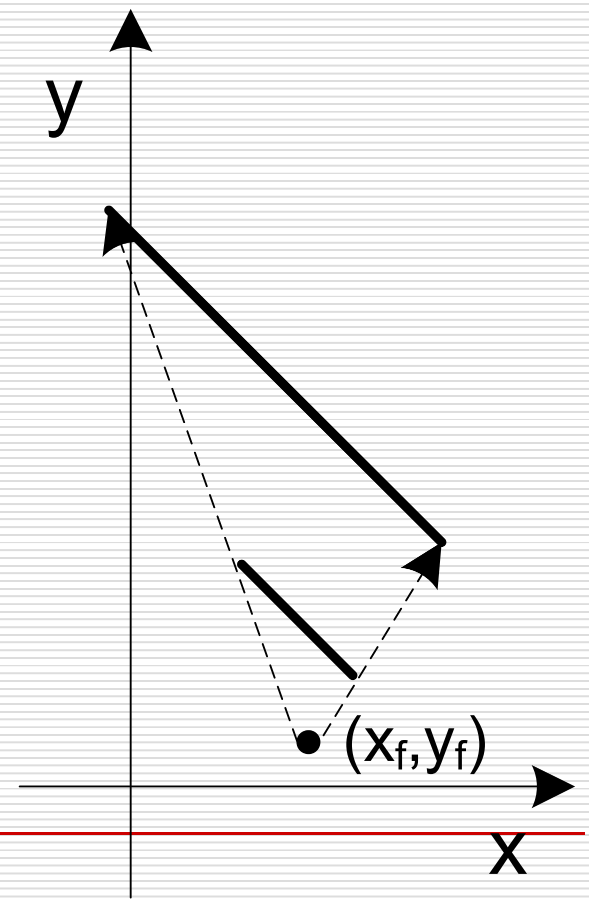
- 0<S<1: lebih dekat ke (0,0)
- S=1: ukuran tetap
- S>1: lebih jauh dari (0,0)



Penskalaan terhadap titik (x_f, y_f)

$$x' = x_f + (x - x_f).s_x$$
$$y' = y_f + (y - y_f).s_y$$

1. Translasi $t_x = -x_f$ & $t_y = -y_f$
2. Penskalaan dgn S_x & S_y
3. Translasi $t_x = x_f$ & $t_y = y_f$



$$x' = x.\ sx + xf(1-sx)$$
$$y' = y.\ sy + yf(1-sy)$$

xf(1-sx) & yf(1-sy)
→ konstan untuk semua (x,y)

Penskalaan uniform untuk poligon, lingkaran dan elips

- Poligon:
  - Transformasikan titik-titik sudut
  - Gambar ulang tiap garis
- Lingkaran:
  - Transformasikan titik pusat
  - Sesuaikan ukuran jari-jari
  - Gambar ulang tiap titik
- Elips:
  - Transformasikan sumbu mayor dan minor
  - Gambar ulang tiap titik

Representasi dalam matriks

- Memudahkan perhitungan transformasi
- Setiap titik direpresentasikan sebagai vektor kolom

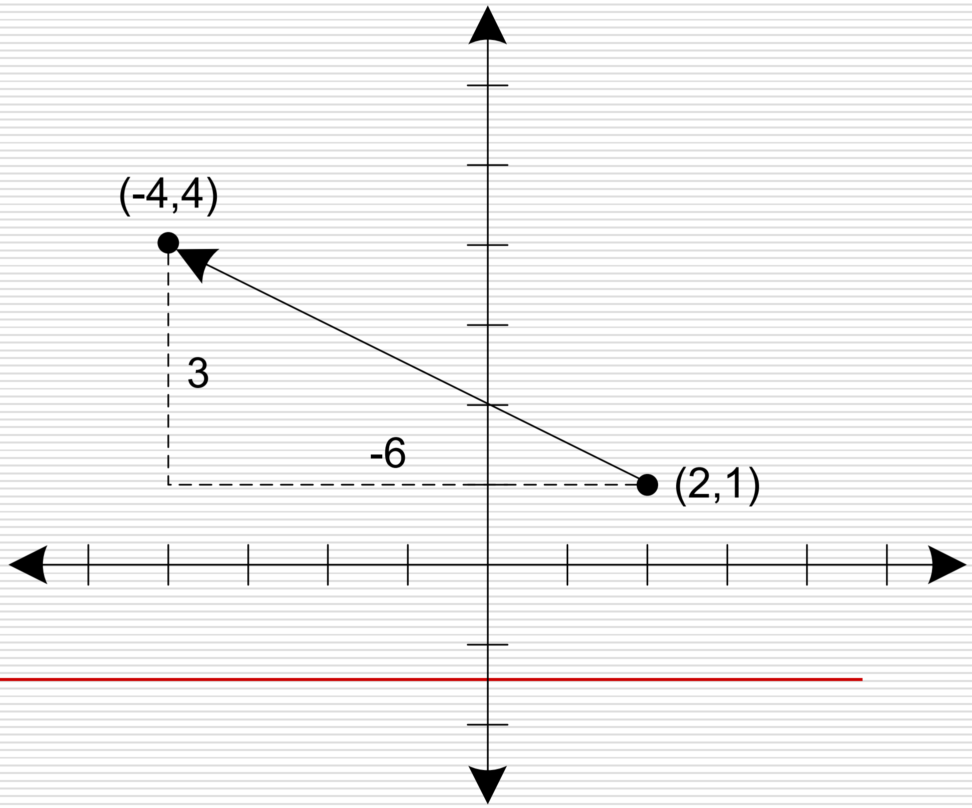
  P=(x,y) → P= $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$
- Koefisien transformasi direpresentasikan sebagai vektor atau matriks

Persamaan matriks translasi

- *Translation distance* t_x & t_y → T= $\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$
- P' = P + T

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$



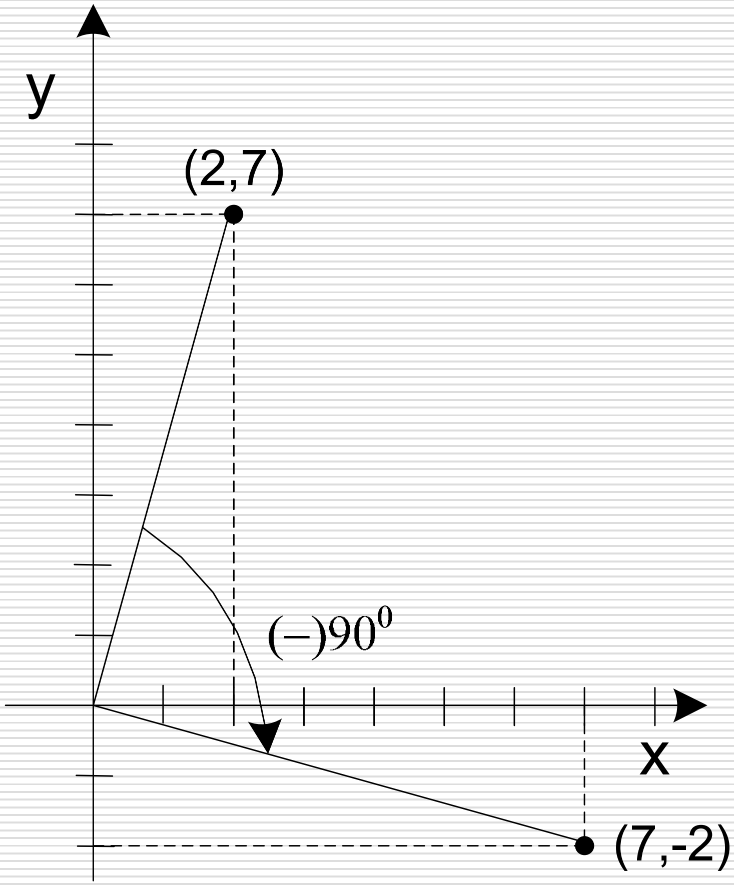
Persamaan matriks rotasi: pivot = (0,0)

x′ = x cos θ - y sin θ

y′ = x sin θ + y cos θ

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-90^0) & -\sin(-90^0) \\ \sin(-90^0) & \cos(-90^0) \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$



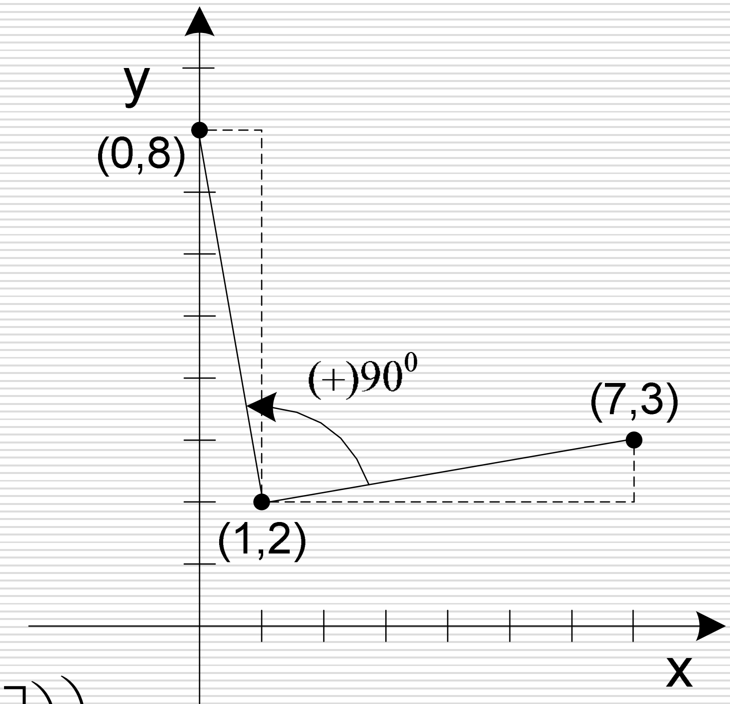
Persamaan matriks rotasi: pivot = (x_r, y_r)

$x' = x_r + (x-x_r)\cos\theta - (y-y_r)\sin\theta$

$y' = y_r + (x-x_r)\sin\theta + (y-y_r)\cos\theta$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} \cos 90^0 & -\sin 90^0 \\ \sin 90^0 & \cos 90^0 \end{bmatrix} \bullet \left(\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \right)$$



Persamaan matriks penskalaan

$x' = x.s_x$

$y' = y.s_y$ ⇨

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$x' = x_f + (x - x_f).s_x$

$y' = y_f + (y - y_f).s_y$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \bullet \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} \right) \right)$$

Transformasi Komposit

- Dari beberapa penjelasan sebelumnya dinyatakan bahwa suatu transformasi dapat disusun menjadi urutan dari beberapa transformasi
- Contoh: Rotasi dengan sumbu rotasi (x_c, y_c)
- Bila kita melakukan representasi transformasi sebagai sebuah matrik, maka kita perlu menghasilkan matrik homogen => sehingga proses transformasi dapat dihitung sebagai proses perkalian matrik

Matrik Homogen 2D

- Dinyatakan bahwa proses transformasi adalah perkalian matrik sehingga untuk operasi translasi bila dinyatakan dalam matrik homogen menjadi:

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}$$

Matrik Homogen 2D

- Sedangkan untuk penskalaan dengan titik acuan (0,0)

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Dengan mekanisme matrik homogen maka kita dapat menentukan hasil dari penskalaan dengan titik acuan (x_f,y_f) dengan perkalian matrik

Matrik Homogen 2D

- Penskalaan dengan titik acuan (x_f, y_f) dapat dinyatakan sebagai:
  1. Translasi $t_x = -x_f$ & $t_y = -y_f$ = A
  2. Penskalaan dgn S_x & S_y = B
  3. Translasi $t_x = x_f$ & $t_y = y_f$ = C
- Matrik Homogen : C.B.A
- Proses yang sama dapat dilakukan untuk menyelesaikan transformasi yang lainnya