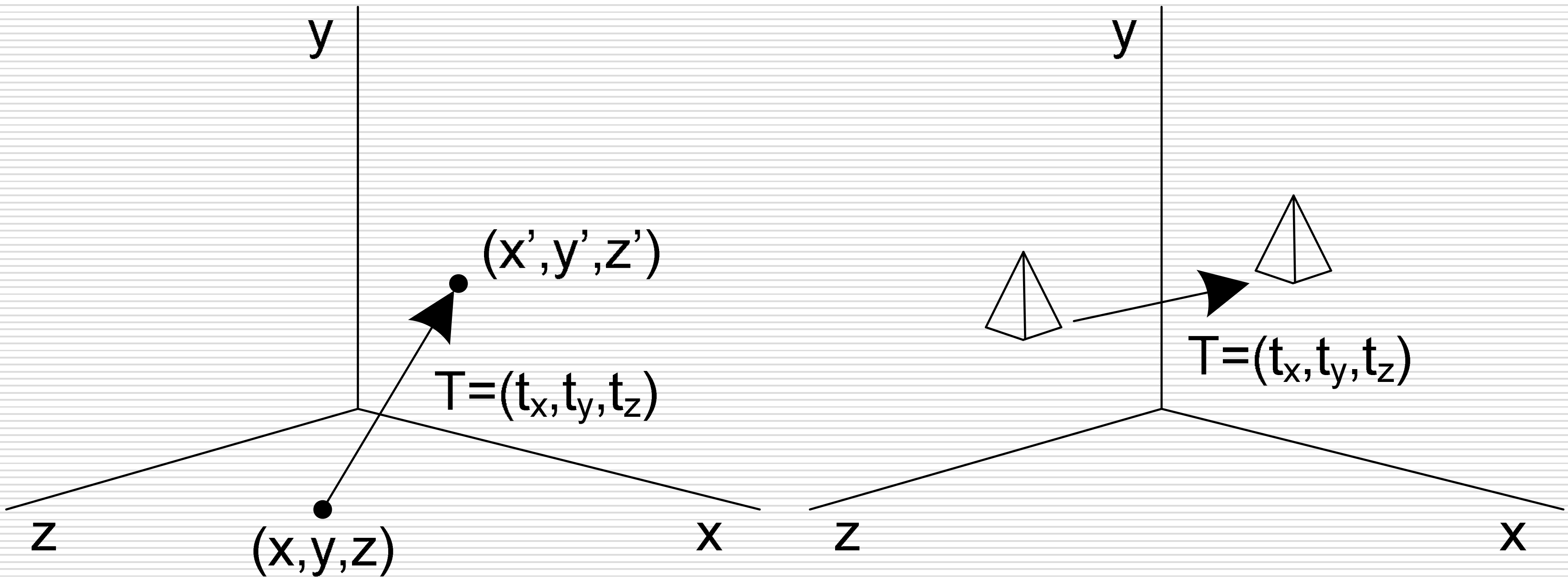
Dari 2D ke 3D

- Pemodelan objek maupun metode transformasi pada 3D merupakan perluasan dari hal serupa pada 2D
- Koordinat 2D: (x,y) – koordinat 3D: (x,y,z)
- Representasi transformasi pada 3D juga dalam bentuk matrik
- Transformasi berurut juga dapat dicari matrik transformasi kompositnya

Translasi



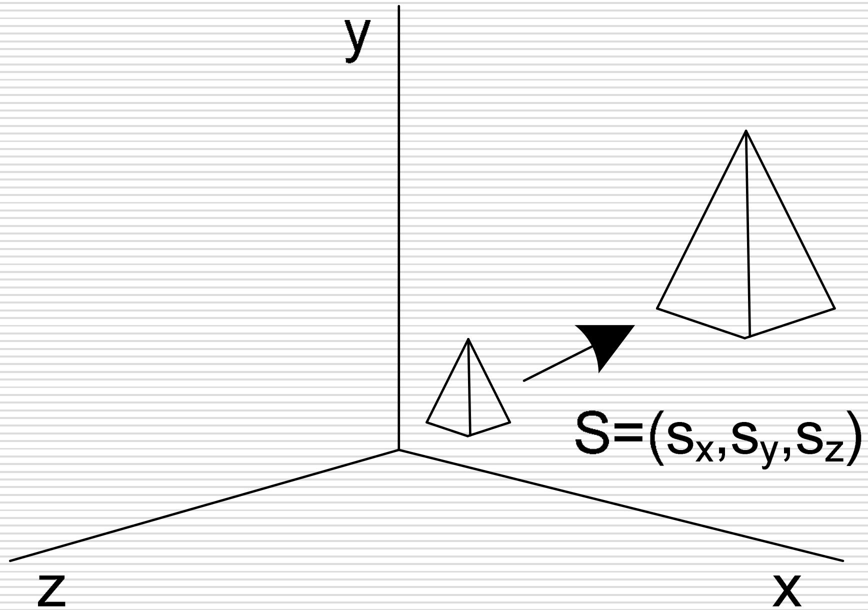
- P' = T . P
- (t_x, t_y, t_z) = *transformation distance*
- Koordinat ‘tangan kanan’

Translasi: operasi matriks pada koordinat homogen

- $x' = x + t_x; \quad y' = y + t_y; \quad z' = z + t_z$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Penskalaan



- P’ = S . P
- (s_x, s_y, s_z) = *scaling factor*
- Mengubah lokasi dan ukuran objek

Penskalaan: operasi matriks pada koordinat homogen

- $x' = x \cdot s_x; \quad y' = y \cdot s_y; \quad z' = z \cdot S_z$
- Relatif terhadap pusat koordinat (0,0,0)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Penskalaan: titik acuan sembarang (x_f, y_f, z_f)

- Translasi hingga (x_f, y_f, z_f) berhimpit dengan (0,0,0)
- Penskalaan objek relatif terhadap (0,0,0)
- Translasi balik hingga (x_f, y_f, z_f) kembali ke posisi semula

$$T(x_f, y_f, z_f) \bullet S(s_x, s_y, s_z) \bullet T(-x_f, -y_f, -z_f)$$

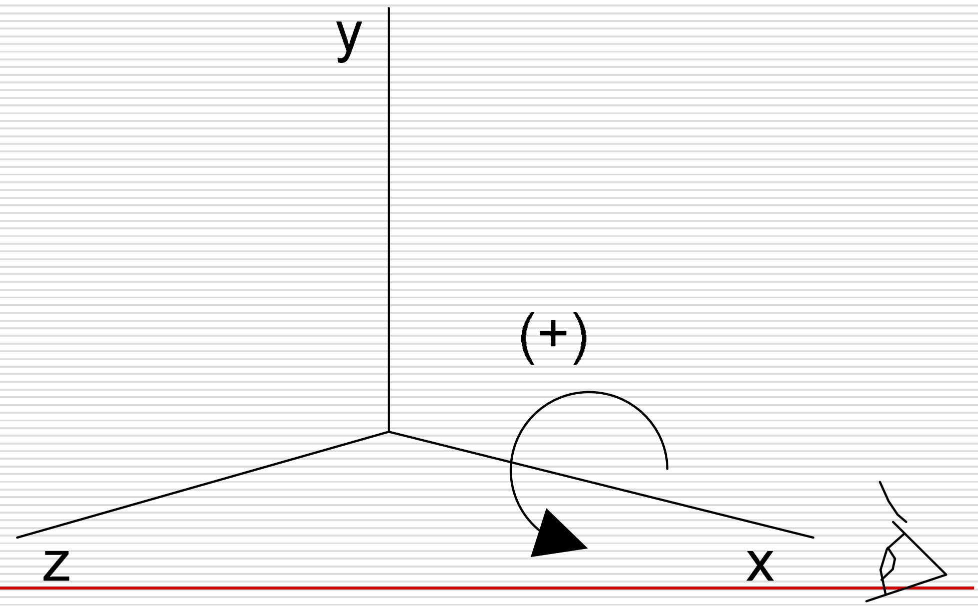
$$= \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & (1-s_x)x_f \\ 0 & s_y & 0 & (1-s_y)y_f \\ 0 & 0 & s_z & (1-s_z)z_f \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotasi

- Perlu dispesifikasikan:
  - Besar sudut rotasi (θ)
  - Sumbu rotasi
    - 2D: titik (x_r,y_r) → analog dgn 3D: selalu terhadap garis sejajar sumbu z
    - 3D: garis (yang manapun dalam ruang 3D)
      - Rotasi yang paling mudah → sumbu rotasi berhimpit dgn salah satu sumbu koordinat

Konvensi tentang θ

- (+) → berlawanan arah jarum jam; (-) → searah jarum jam
- Dilihat dari ujung positif sumbu rotasi ke (0,0,0)



Rotasi dgn sumbu rotasi = sumbu koordinat

- Rotasi terhadap sumbu z:
  - $x' = x \cos \theta - y \sin \theta$
  - $y' = x \sin \theta + y \cos \theta$
  - $z' = z$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow P' = R_z(\theta).P$$

- Rotasi terhadap sumbu x dan y mudah didapat dengan mengganti secara siklik: $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$

Rotasi terhadap garis yg sejajar dgn sumbu koordinat

- Urutan transformasi:
  - Translasi, sampai garis sumbu rotasi berhimpit dengan salah satu sumbu koordinat
  - Rotasi terhadap sumbu koordinat tersebut
  - Translasi balik, hingga sumbu rotasi kembali ke posisi semula
- $P' = T^{-1} \cdot R_x(\theta) \cdot T \cdot P$

Rotasi terhadap garis sembarang

- Urutan transformasi:
  - Translasi, sampai sumbu rotasi memotong salah satu sumbu koordinat
  - Rotasi, sampai sumbu rotasi berhimpit dengan salah satu sumbu koordinat
  - Rotasi terhadap sumbu koordinat tersebut
  - Rotasi balik, hingga sumbu rotasi kembali ke kemiringan semula
  - Translasi balik, hingga sumbu rotasi kembali ke posisi semula

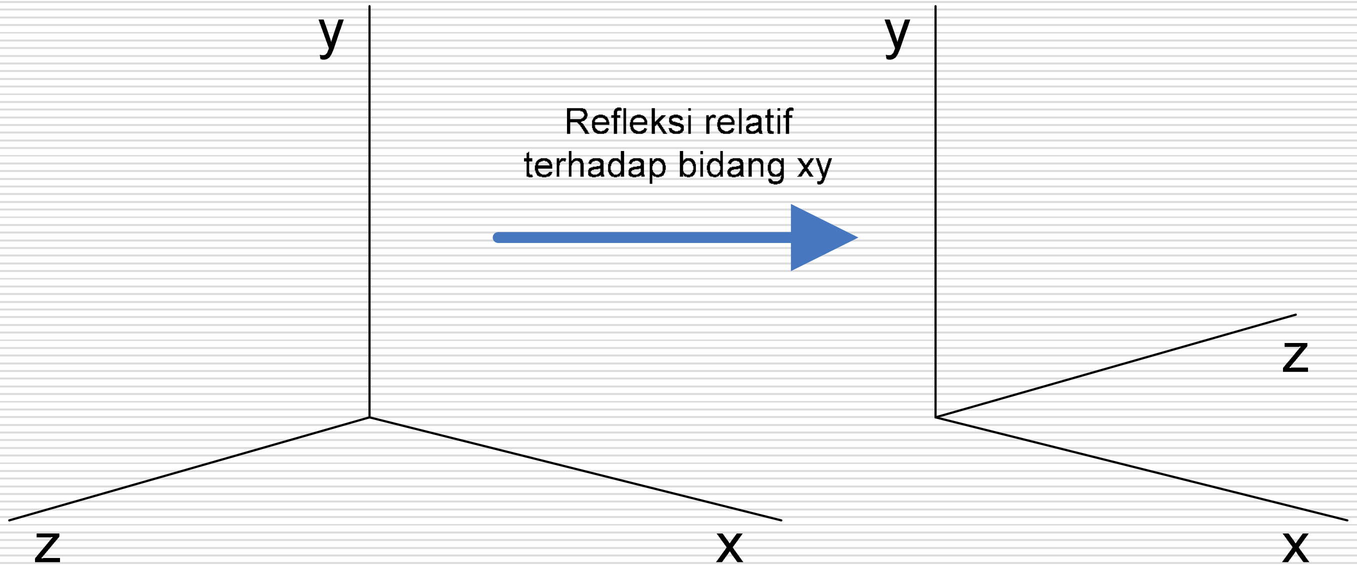
Transformasi komposit

- Transformasi komposit pada 3D analog dengan transformasi komposit pada 2D
- Dilakukan dengan cara mengalikan sejumlah matriks transformasi [4x4] sesuai urutan kemunculannya

Refleksi

- Terhadap garis sumbu refleksi
  - Rotasi 180^0 terhadap garis tersebut
- Terhadap bidang refleksi
  - Bidang koordinat (xy, yz, atau xz) ≈ konversi dari sistem koordinat tangan kanan ke tangan kiri atau sebaliknya
  - Bidang sebarang ≈ rotasi 180^0 terhadap bidang tersebut dalam ruang empat dimensi

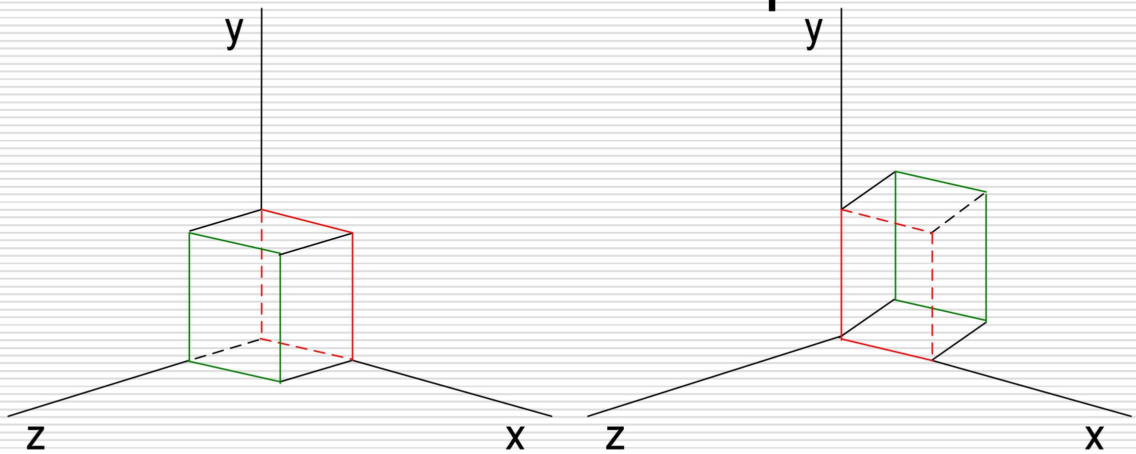
Refleksi terhadap bidang koordinat



$$RF_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Shear

- Bisa dilakukan relatif terhadap sumbu x, y atau z
- Contoh shear terhadap sumbu z:

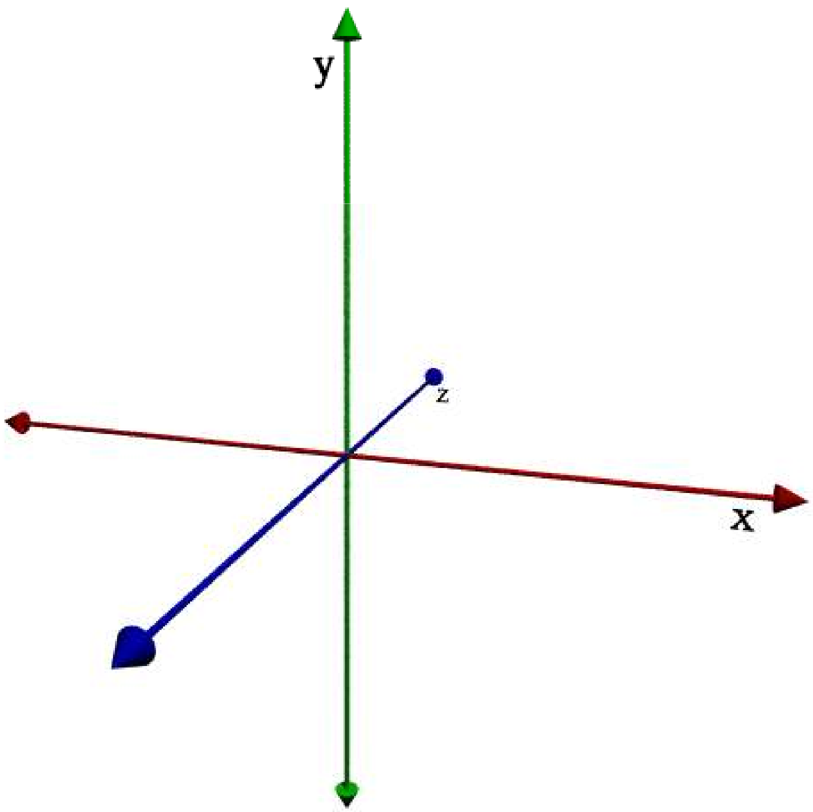


$$SH_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformasi pada POV-Ray

Sistem Koordinat POV-Ray

- Sistem koordinat tangan kiri



Representasi

- Titik: vektor baris
- Matriks transformasi [4x4] → [4x3] dgn kolom ke-4 diasumsikan selalu berisi <0,0,0,1>

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} a & e & i \\ b & f & j \\ c & g & k \\ d & h & l \end{bmatrix}$$

Demo POV-Ray

- Sumbu koordinat
- Objek CSG
- Transformasi dasar: translasi, rotasi, penskalaan
- Matriks transformasi komposit
- Refleksi & shear