

Dua Pendekatan Image Enhancement

- Metode-metode berbasis domain frekwensi
 - Manipulasi terhadap representasi frekwensi dari citra
 - Contoh: operasi berbasis transformasi Fourier terhadap citra
 - Metode-metode berbasis domain spasial
 - Manipulasi langsung terhadap pixel-pixel pada citra
-
- Contoh: operasi histogram

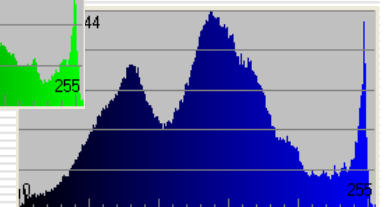
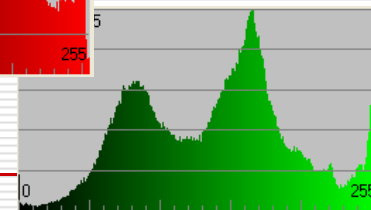
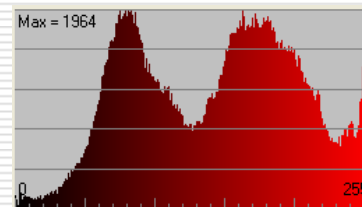
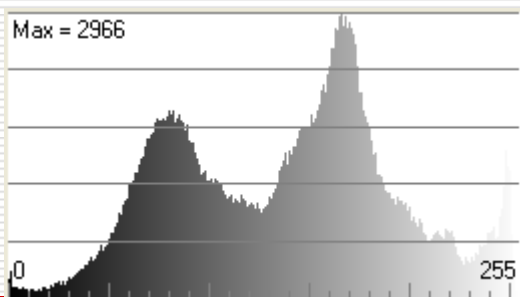
Histogram citra

- Berlaku untuk nilai gray level; RGB → per plane warna
- Plotting dari persamaan:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}; \quad 0 \leq r_k \leq 1; \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

- L: jumlah level
 - $p_r(r_k)$: probabilitas kemunculan level ke-k
 - n_k : jumlah kemunculan level k pada citra
 - n: total jumlah pixel dalam citra
-

Contoh histogram



Equalisasi histogram

- ❑ Tujuan: melakukan transformasi terhadap histogram citra asli sedemikian sehingga didapat histogram citra hasil dengan distribusi lebih seragam (uniform) \approx linearisasi
 - ❑ Dasar konsep: transformasi probability density function menjadi uniform density \rightarrow bentuk kontinyu
 - ❑ Agar dapat dimanfaatkan dalam pengolahan citra digital, diubah ke bentuk diskrit
-

Equalisasi pada domain kontinyu

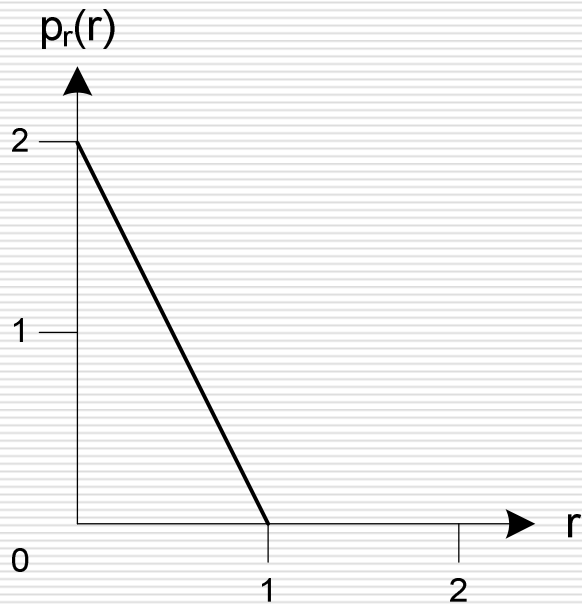
Histogram:
$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)}$$

Transformasi:
$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw; \quad 0 \leq r \leq 1$$

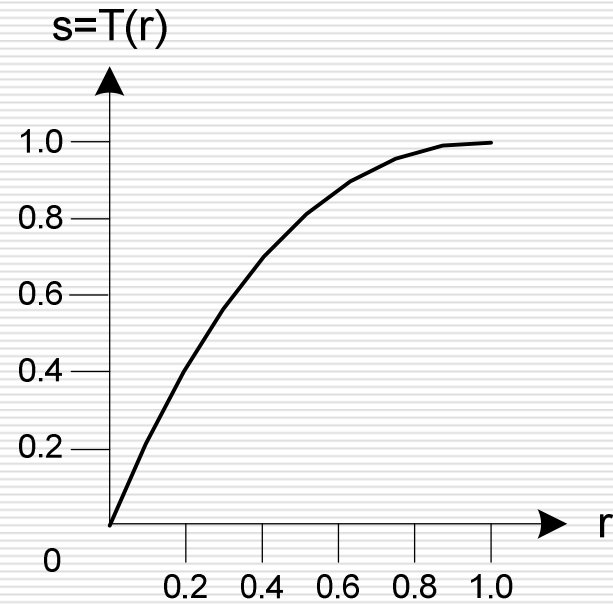
Uniform:

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} = [1]_{r=T^{-1}(s)} = 1 \quad 0 \leq s \leq 1$$

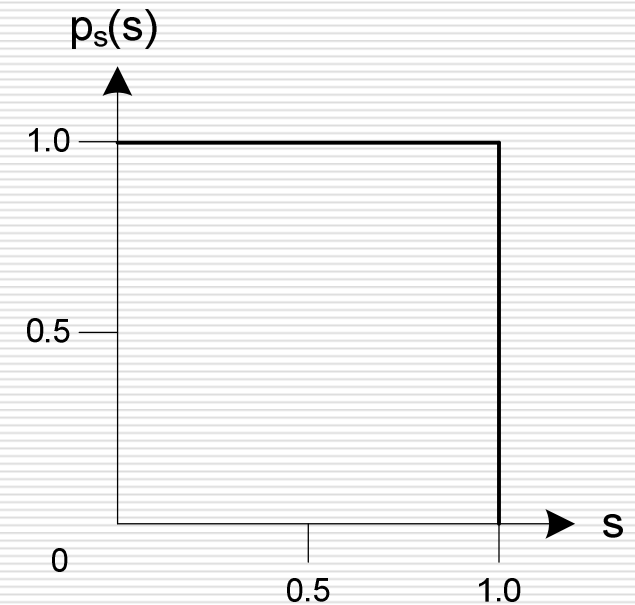
Ilustrasi equalisasi pada domain kontinyu



Original probability density function



Transformation function



Resulting uniform density

Bentuk diskrit fungsi transformasi

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad \begin{array}{l} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \dots, L-1 \end{array}$$

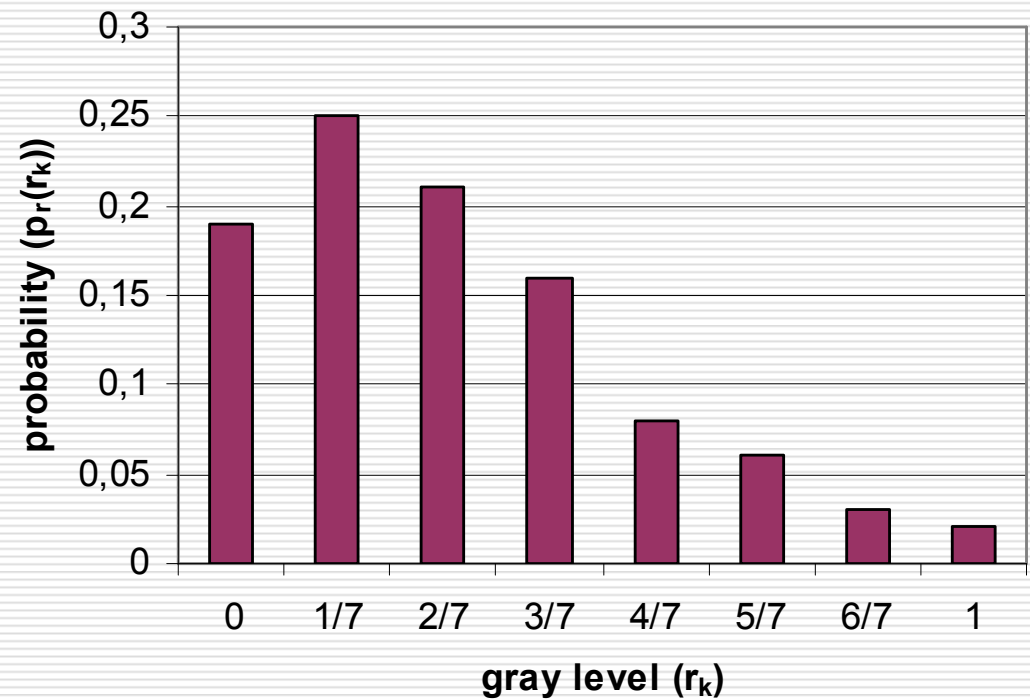
$$r_k = T^{-1}(s_k) \quad 0 \leq s_k \leq 1$$

Contoh

Citra 64x64 pixel, 8 tingkat keabuan dgn distribusi:

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/n$
$r_0=0$	790	0,19
$r_1=1/7$	1023	0,25
$r_2=2/7$	850	0,21
$r_3=3/7$	656	0,16
$r_4=4/7$	329	0,08
$r_5=5/7$	245	0,06
$r_6=6/7$	122	0,03
$r_7=1$	81	0,02

Histogram citra:



Fungsi transformasi

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = p_r(r_0) = 0.19$$

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = p_r(r_0) + p_r(r_1) = 0.44$$

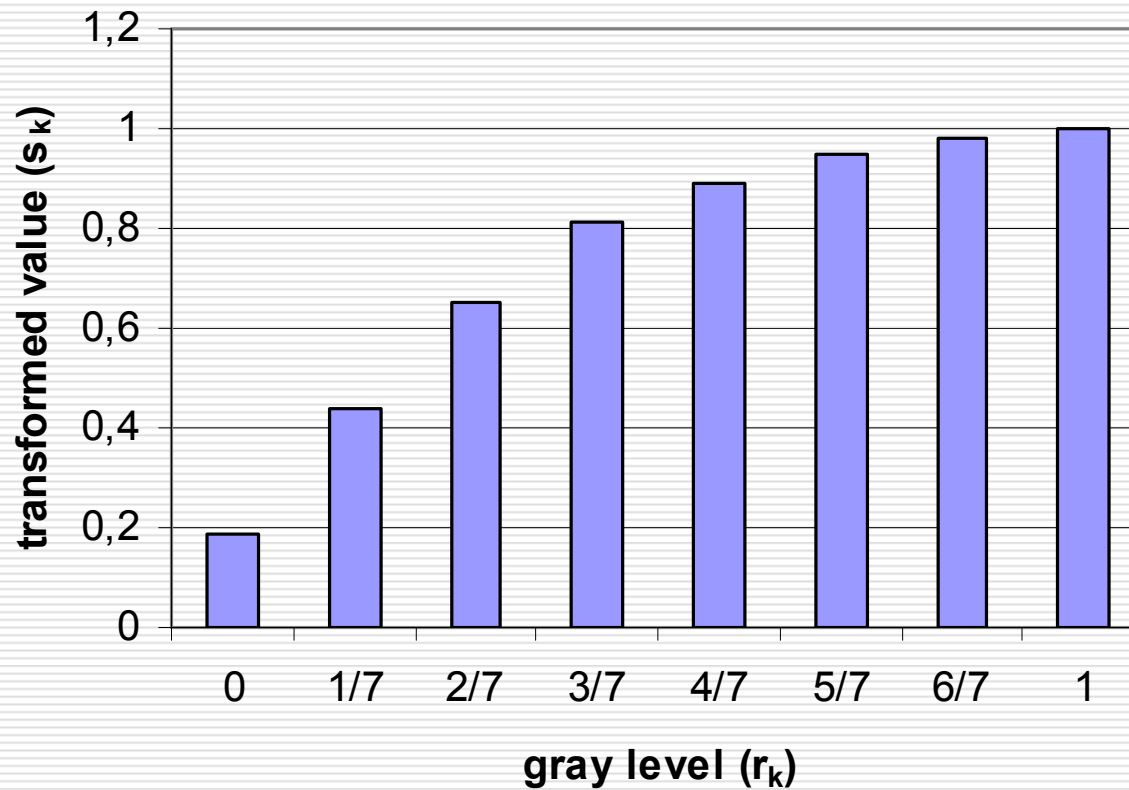
$$s_2 = T(r_2) = \sum_{j=0}^2 p_r(r_j) = p_r(r_0) + p_r(r_1) + p_r(r_2) = 0.65$$

$$s_3 = T(r_3) = \sum_{j=0}^3 p_r(r_j) = 0.81; \quad s_4 = T(r_4) = \sum_{j=0}^4 p_r(r_j) = 0.89$$

$$s_5 = T(r_5) = \sum_{j=0}^5 p_r(r_j) = 0.95; \quad s_6 = T(r_6) = \sum_{j=0}^6 p_r(r_j) = 0.98$$

$$s_7 = T(r_7) = \sum_{j=0}^7 p_r(r_j) = 1.00$$

Fungsi transformasi: grafik



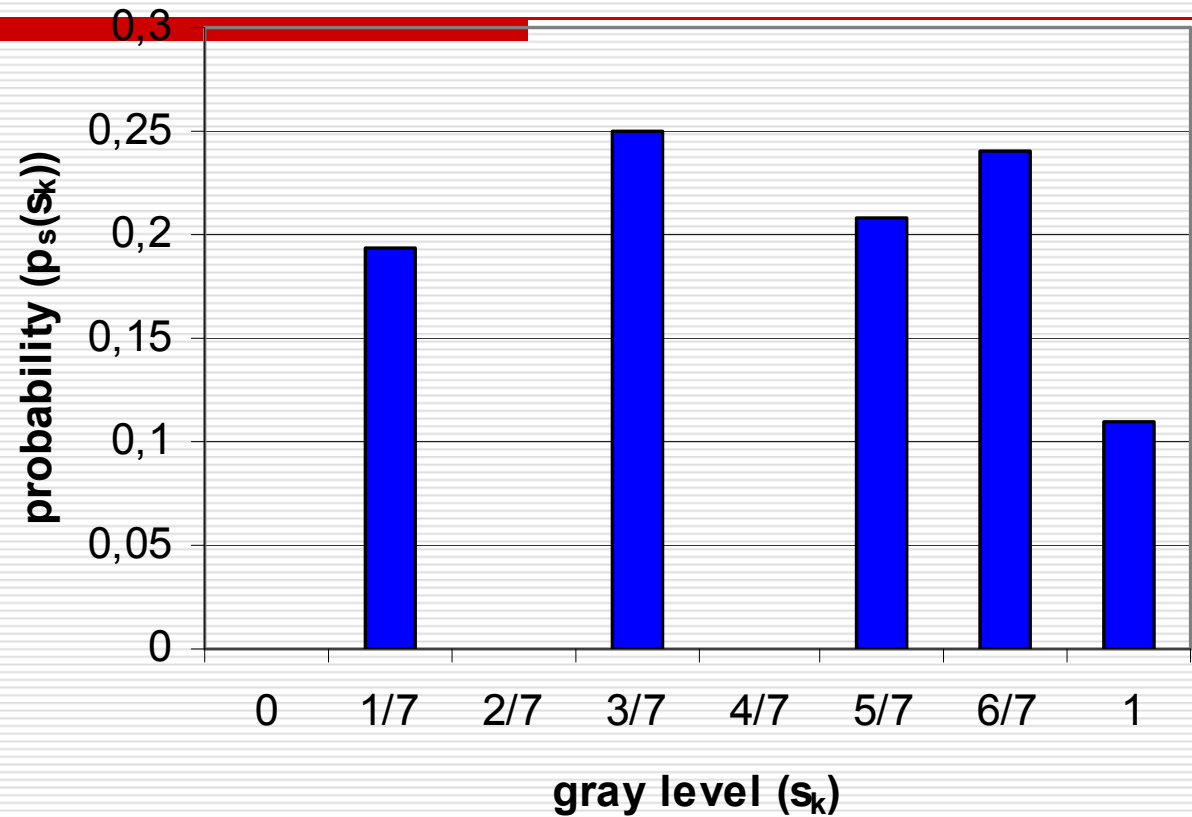
Pembulatan

- 8 tingkat keabuan valid \rightarrow nilai s_k dibulatkan ke nilai valid terdekat
 - $s_0 = 0.19 \cong 1/7$
 - $s_1 = 0.44 \cong 3/7$
 - $s_2 = 0.65 \cong 5/7$
 - $s_3 = 0.81 \cong 6/7$
 - $s_4 = 0.89 \cong 6/7$
 - $s_5 = 0.95 \cong 1$
 - $s_6 = 0.98 \cong 1$
 - $s_7 = 1.00 \cong 1$
-

Pemetaan

- Hanya ada 5 level keabuan pada uniform histogram
 - r_0 (790 pixel) $\rightarrow s_0 = 1/7$
 - r_1 (1023 pixel) $\rightarrow s_1 = 3/7$
 - r_2 (850 pixel) $\rightarrow s_2 = 5/7$
 - r_3 (656 pixel), r_4 (329 pixel) $\rightarrow s_3 = 6/7$
 - r_5 (245 pixel), r_6 (122 pixel), r_7 (81 pixel) $\rightarrow s_4 = 7/7$
-

Histogram dengan distribusi seragam



- Karena histogram merupakan aproksimasi terhadap ~~probability density function, sangat jarang didapat~~ histogram hasil yang betul-betul rata

Tabel Histogram secara Lengkap

Citra 64x64 pixel, 8 tingkat keabuan dgn distribusi:

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k / n$	S_k	$S_k \times 7$	Normal(S_k)
$r_0 = 0$	790	0,19	0,19	$1,33 \cong 1$	$s_0 = 1/7$
$r_1 = 1/7$	102 3	0,25	0,44	$3,08 \cong 3$	$s_1 = 3/7$
$r_2 = 2/7$	850	0,21	0,65	$4,55 \cong 5$	$s_2 = 5/7$
$r_3 = 3/7$	656	0,16	0,81	$5,67 \cong 6$	$s_3 = 6/7$
$r_4 = 4/7$	329	0,08	0,89	$6,23 \cong 6$	$s_4 = 6/7$
$r_5 = 5/7$	245	0,06	0,95	$6,65 \cong 7$	$s_5 = 7/7$
$r_6 = 6/7$	122	0,03	0,98	$6,86 \cong 7$	$s_6 = 7/7$
$r_7 = 1$	81	0,02	1,00	7	$s_7 = 1$

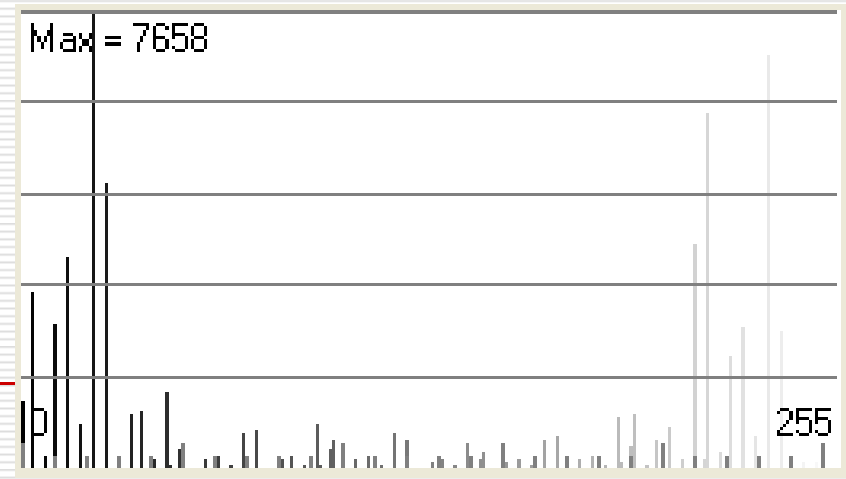
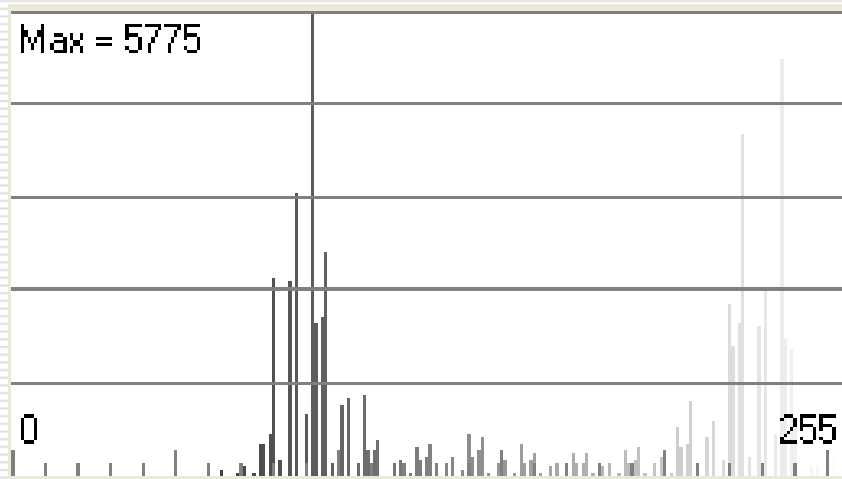
Operasi equalisasi histogram

1. Buat histogram dari citra asli
 2. Transformasikan histogram citra asli menjadi histogram dengan distribusi seragam
 3. Ubah nilai tiap pixel sesuai dengan nilai hasil pemetaan (histogram asli → uniform histogram)
-

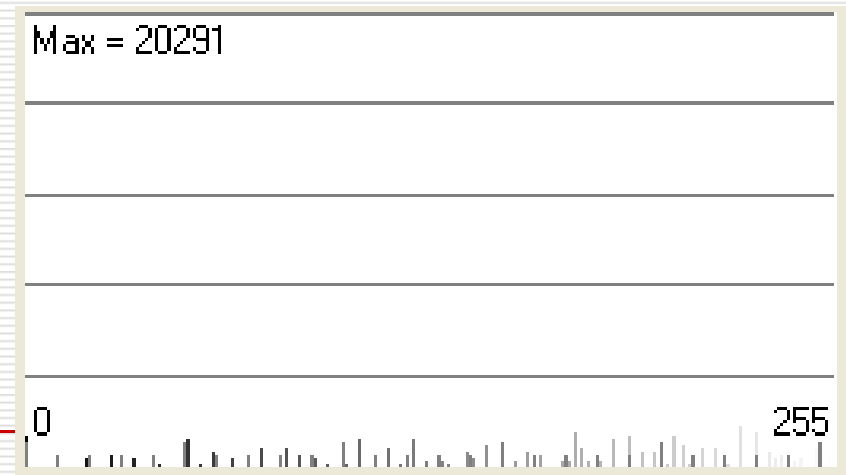
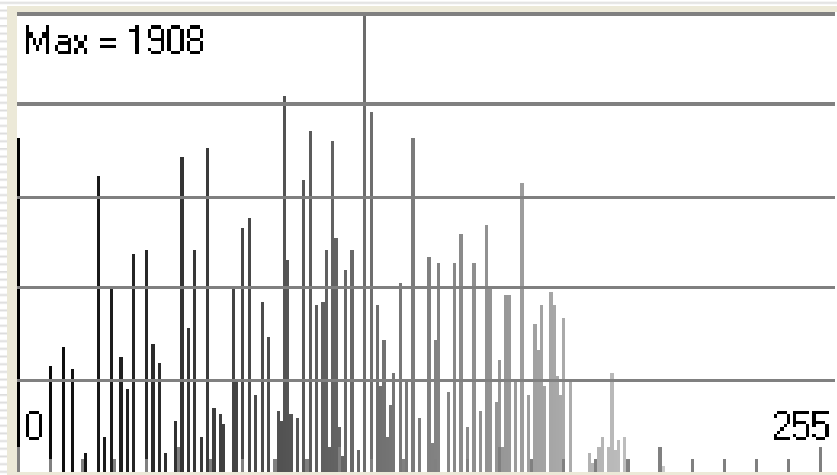
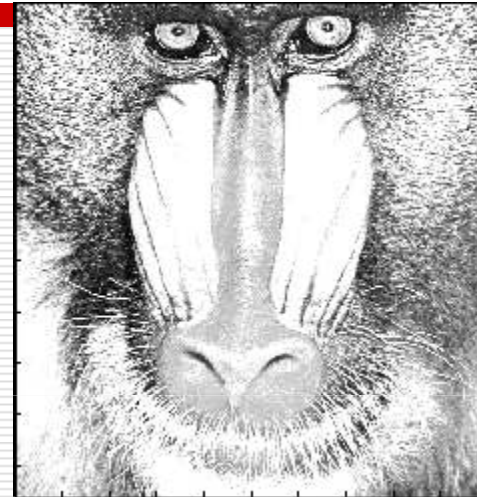
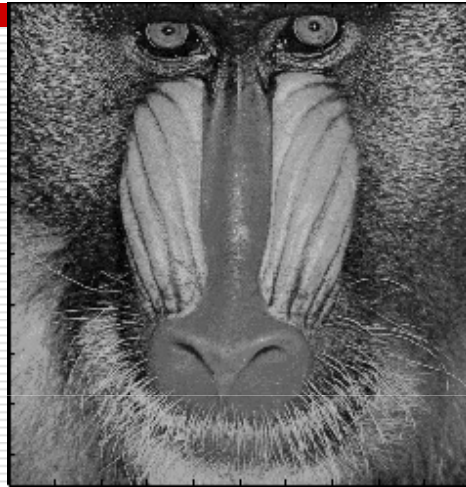
Algoritma: citra 512 x 512 pixel 256 graylevel

```
Var x,y,i,j : integer;
    HistEq : array[0..255] of integer;
    Hist : array[0..255] of real;
    Sum : real;
Begin
    Histogram(image,Hist) {bentuk histogram dari citra asli}
    for i:= 0 to 255 do {transformasi ke uniform histogram}
        sum := 0.0
        for j:= 0 to i do
            sum:= sum + hist[j]
        endfor
        histEq[i]:=round(255 * sum);
    end;
    for y:=0 to 511 do {ubah nilai tiap pixel pada citra}
        for x:=0 to 511 do
            image[x,y]:= HistEq[Image[x,y]];
        end;
    end;
end;
```

Contoh1 equalisasi histogram



Contoh2 equalisasi histogram



Spesifikasi histogram

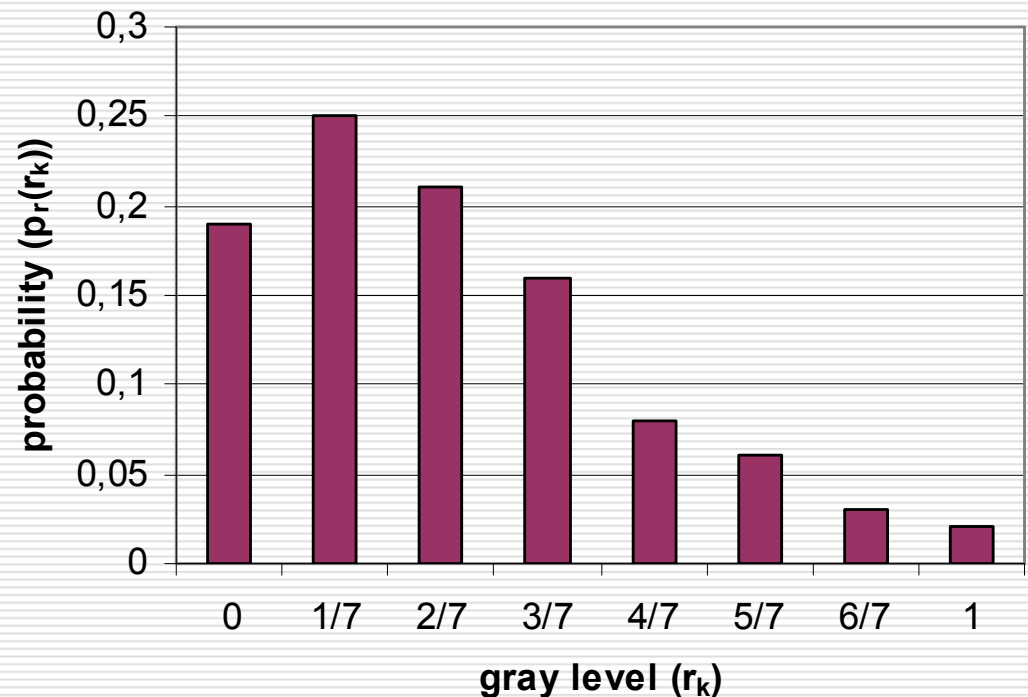
- ❑ Kelemahan equalisasi histogram: histogram hasil tidak bisa dibentuk sesuai kebutuhan
 - ❑ Kadangkala dibutuhkan untuk lebih menonjolkan rentang gray level tertentu pada citra → spesifikasi histogram
-

Bentuk diskrit spesifikasi histogram: by example

Citra 64x64 pixel, 8 tingkat keabuan dgn distribusi:

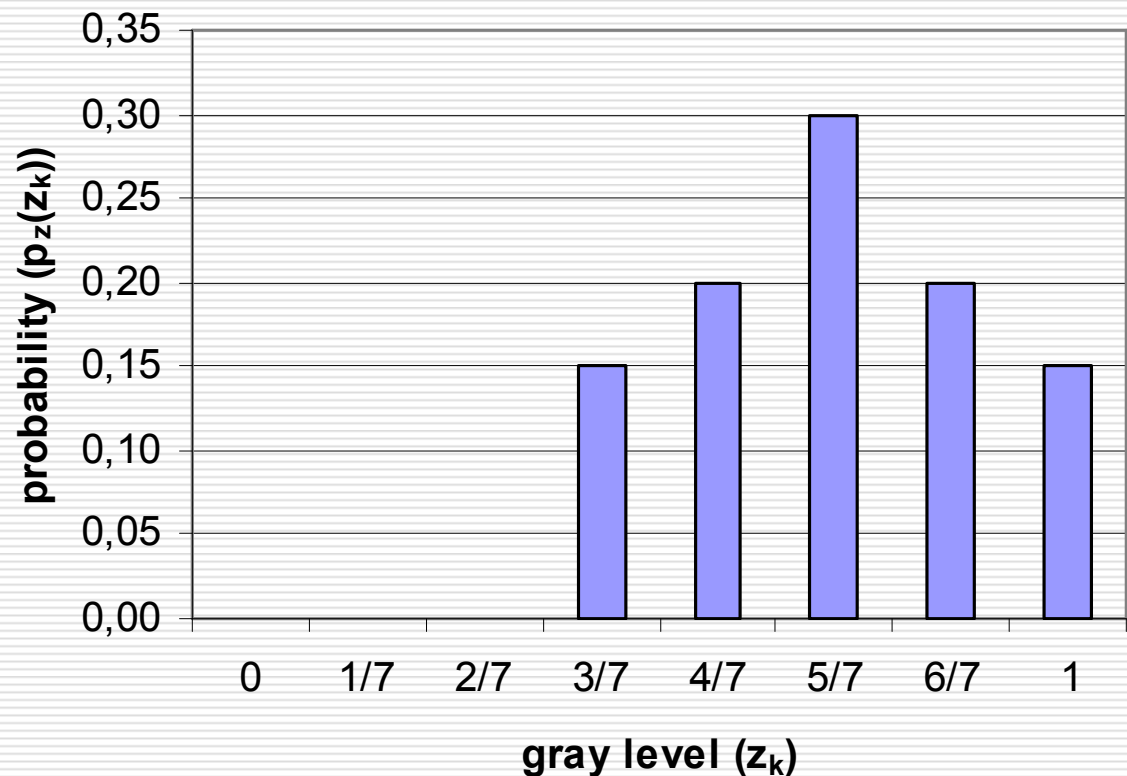
r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/n$
$r_0=0$	790	0,19
$r_1=1/7$	1023	0,25
$r_2=2/7$	850	0,21
$r_3=3/7$	656	0,16
$r_4=4/7$	329	0,08
$r_5=5/7$	245	0,06
$r_6=6/7$	122	0,03
$r_7=1$	81	0,02

Histogram citra:



Bentuk histogram yang diinginkan

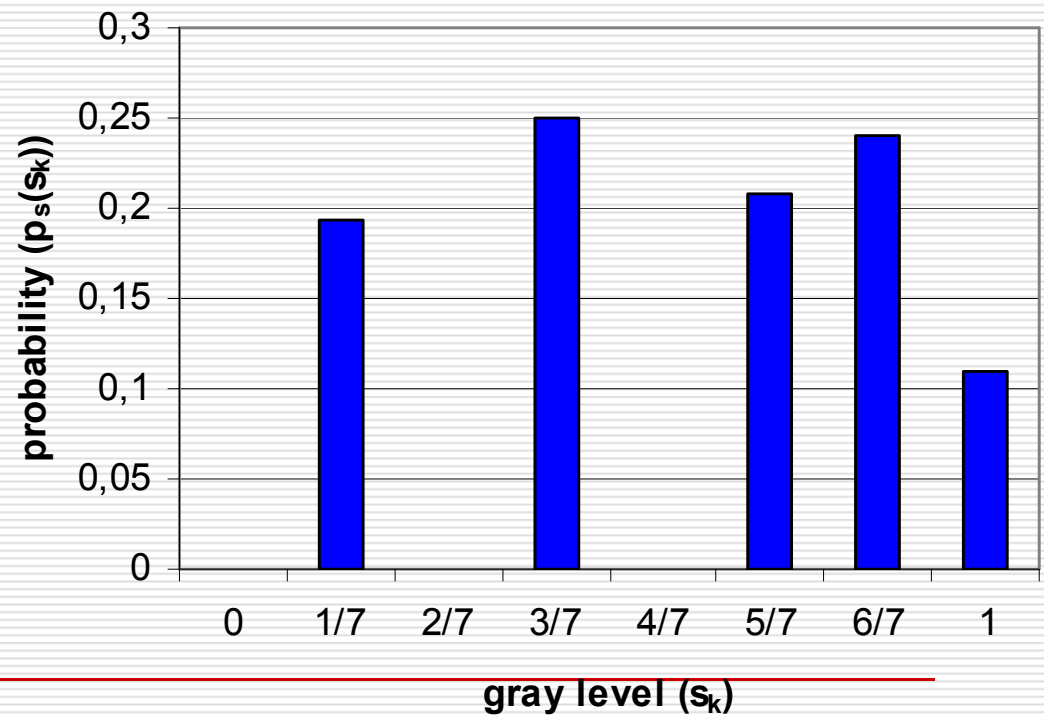
z_k	$p_z(z_k)$
$z_0=0$	0,00
$z_1=1/7$	0,00
$z_2=2/7$	0,00
$z_3=3/7$	0,15
$z_4=4/7$	0,20
$z_5=5/7$	0,30
$z_6=6/7$	0,20
$z_7=1$	0,15



Langkah 1: equalisasi histogram

Didapat hasil:

$r_j \rightarrow s_k$	n_k	$p_s(s_k)$
$r_0 \rightarrow s_0 = 1/7$	790	0,19
$r_1 \rightarrow s_1 = 3/7$	102 3	0,25
$r_2 \rightarrow s_2 = 5/7$	850	0,21
r_3, r_4 $\rightarrow s_3 = 6/7$	985	0,24
r_5, r_6, r_7 $\rightarrow s_4 = 7/7$	448	0,11



Langkah 2: cari fungsi transformasi

$$v_k = G(z_k) = \sum_{j=0}^k p_z(z_j)$$

□ $v_0 = G(z_0) = 0,00$

□ $v_1 = G(z_1) = 0,00$

□ $v_2 = G(z_2) = 0,00$

□ $v_3 = G(z_3) = 0,15$

□ $v_4 = G(z_4) = 0,35$

□ $v_5 = G(z_5) = 0,65$

□ $v_6 = G(z_6) = 0,85$

□ $v_7 = G(z_7) = 1,00$

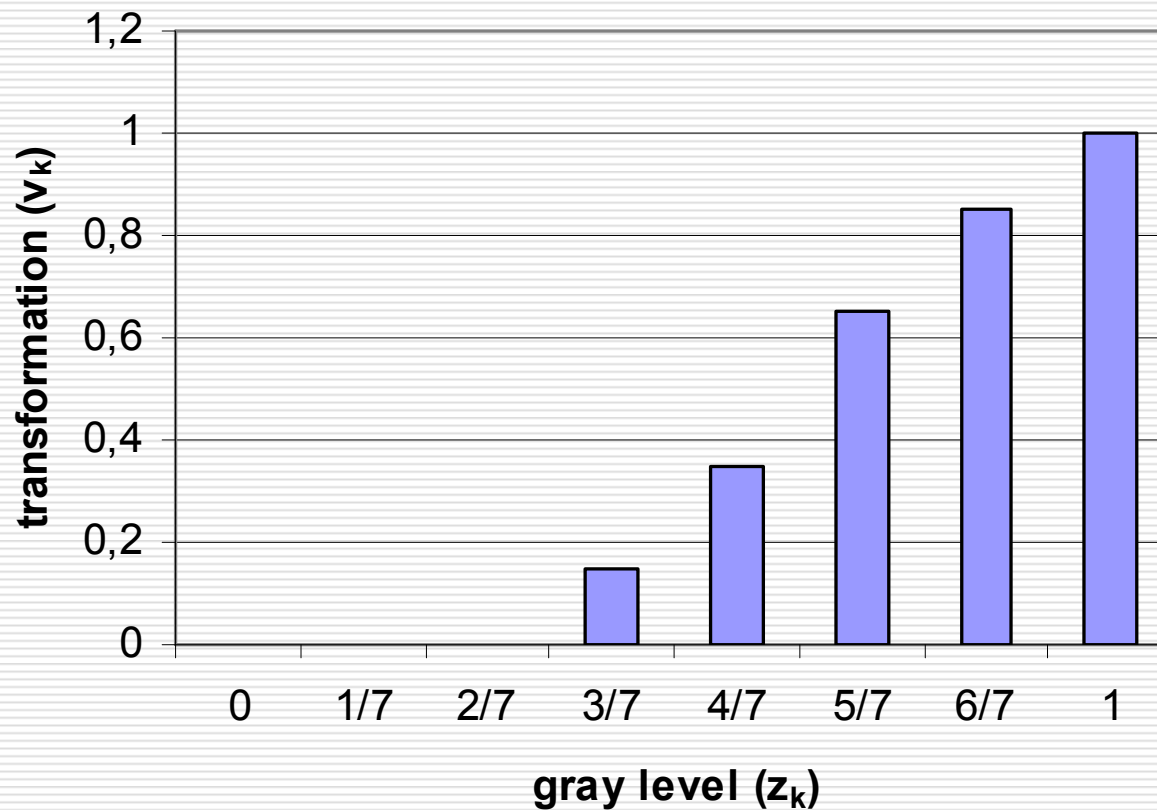
r_k	n_k	$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$	S_k	$S_k \times 7$	Normal(S_k)
$r_0=0$	790	0,19	0,19	$1,33 \cong 1$	$s_0=1/7$
$r_1=1/7$	102 3	0,25	0,44	$3,08 \cong 3$	$s_1=3/7$
$r_2=2/7$	850	0,21	0,65	$4,55 \cong 5$	$s_2=5/7$
$r_3=3/7$	656	0,16	0,81	$5,67 \cong 6$	$s_3=6/7$
$r_4=4/7$	329	0,08	0,89	$6,23 \cong 6$	$s_4=6/7$
$r_5=5/7$	245	0,06	0,95	$6,65 \cong 7$	$s_5=7/7$
$r_6=6/7$	122	0,03	0,98	$6,86 \cong 7$	$s_6=7/7$
$r_7=1$	81	0,02	1,00	7	$s_7=1$

Langkah 2: cari fungsi transformasi

Dengan kata lain, lakukan langkah-langkah equalisasi thd histogram yang diinginkan :

z_k	$p_z(z_k)$	V_k	$V_k \times 7$	Normal(V_k)
$z_0=0$	0,00	0,00	0,00	$v_0=0$
$z_1=1/7$	0,00	0,00	0,00	$v_1=0$
$z_2=2/7$	0,00	0,00	0,00	$v_2=0$
$z_3=3/7$	0,15	0,15	$1,05 \cong 1$	$v_3=1/7$
$z_4=4/7$	0,20	0,35	$2,45 \cong 2$	$v_4=2/7$
$z_5=5/7$	0,30	0,65	$4,45 \cong 4$	$v_5=4/7$
$z_6=6/7$	0,20	0,85	$5,95 \cong 6$	$v_6=6/7$
$z_7=1$	0,15	1,00	7	$v_7=1$

Grafik fungsi transformasi



Langkah 3: terapkan inverse G pada level histogram equalisasi

□ Pemetaan nilai s_k ke $G(z_k)$ terdekat

□ $s_0 = 1/7 \approx 0.14 \rightarrow G(z_3) = 0.15; z_3 = 3/7$

□ $s_1 = 3/7 \approx 0.43 \rightarrow G(z_4) = 0.35; z_4 = 4/7$

□ $s_2 = 5/7 \approx 0.71 \rightarrow G(z_5) = 0.65; z_5 = 5/7$

□ $s_3 = 6/7 \approx 0.86 \rightarrow G(z_6) = 0.85; z_6 = 6/7$

□ $s_4 = 1 \rightarrow G(z_7) = 1.00; z_7 = 1$

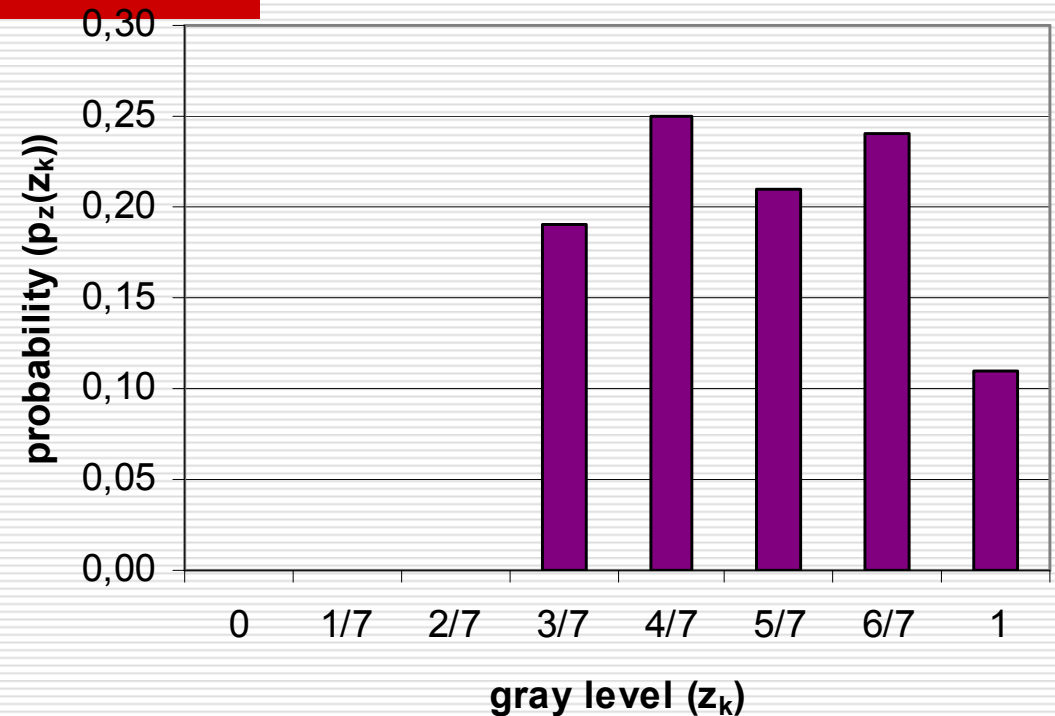
Langkah 4: pemetaan dari r_k ke z_k

□ Dengan memperhatikan pemetaan histogram asli ke histogram equalisasi

□ $r_0 = 0 \rightarrow z_3 = 3/7$	□ $r_4 = 4/7 \rightarrow z_6 = 6/7$
□ $r_1 = 1/7 \rightarrow z_4 = 4/7$	□ $r_5 = 5/7 \rightarrow z_7 = 1$
□ $r_2 = 2/7 \rightarrow z_5 = 5/7$	□ $r_6 = 6/7 \rightarrow z_7 = 1$
□ $r_3 = 3/7 \rightarrow z_6 = 6/7$	□ $r_7 = 1 \rightarrow z_7 = 1$

Histogram hasil

z_k	n_k	$p_z(z_k) = n_k/n$
$r_0=0$	0	0
$r_1=1/7$	0	0
$r_2=2/7$	0	0
$r_3=3/7$	790	0,19
$r_4=4/7$	1023	0,25
$r_5=5/7$	850	0,21
$r_6=6/7$	985	0,24
$r_7=1$	448	0,11



Histogram hasil mungkin tidak sama persis dengan spesifikasinya → transformasi hanya akan memberikan hasil yang persis pada kasus kontinyu

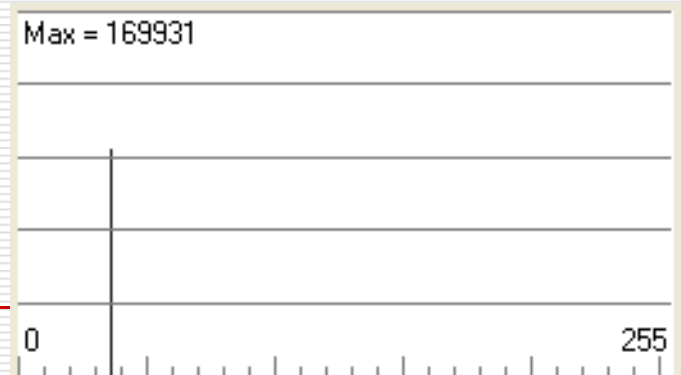
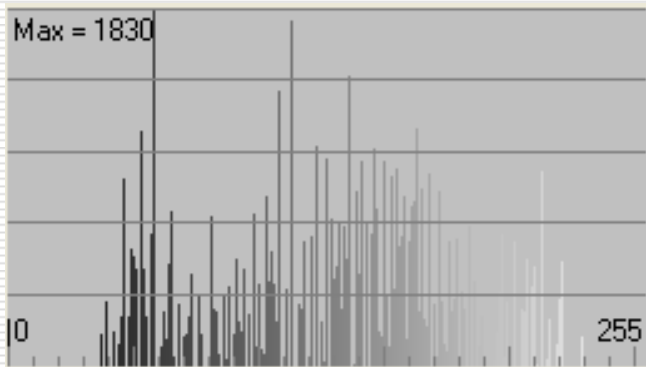
Operasi spesifikasi histogram

1. Buat histogram dari citra asli
 2. Transformasikan histogram citra asli menjadi histogram dengan distribusi seragam
 3. Tentukan fungsi transformasi sesuai spesifikasi histogram yang diinginkan
 4. Ubah nilai tiap pixel sesuai dengan nilai hasil pemetaan (histogram asli → histogram equalisasi → histogram hasil)
-

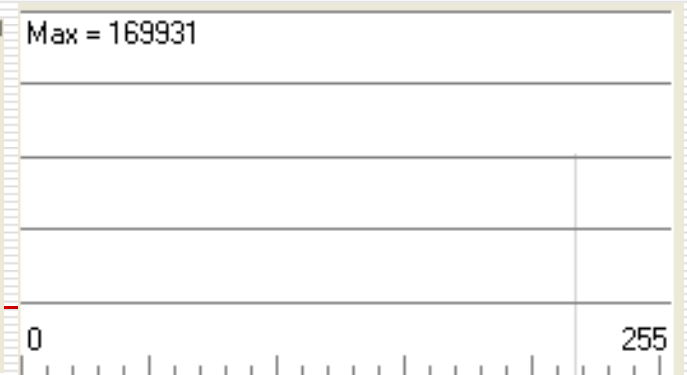
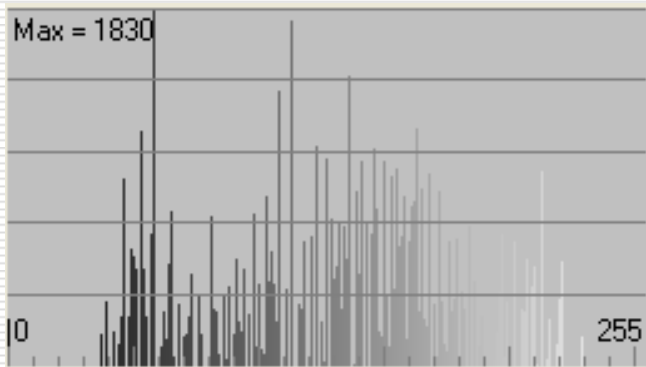
Algoritma: citra 512 x 512 pixel 256 graylevel

```
Var x,y,i,minval,minj,j : integer; Histspec : array[0..255] of integer;
    Invhist : array[0..255] of integer; Sum : real;
Begin
  Hist_Equalization(Image) {equalisasi histogram}
  For i:= 0 to 255 do {histogram yang dispesifikasikan telah disimpan di spec}
    Sum:= 0.0;
    For j:= 0 to i do Sum := sum + spec[j]
    Histspec[i] = round(255 * sum)
  Endfor {didapat fungsi transformasi}
  for i:= 0 to 255 do {pemetaan histogram}
    minval := abs(i - histspec[0]); minj := 0;
    for j:= 0 to 255 do
      if abs(i - histspec[j]) < minval then
        minval := abs(i - histspec[j])
        minj := j
      endif
    invhist[i]:= minj
    endfor
  endfor
  for y:= 0 to 511 do {ubah nilai tiap pixel pada citra}
    for x:= 0 to 511 do image[x,y] = invhist[image(x,y)]
```

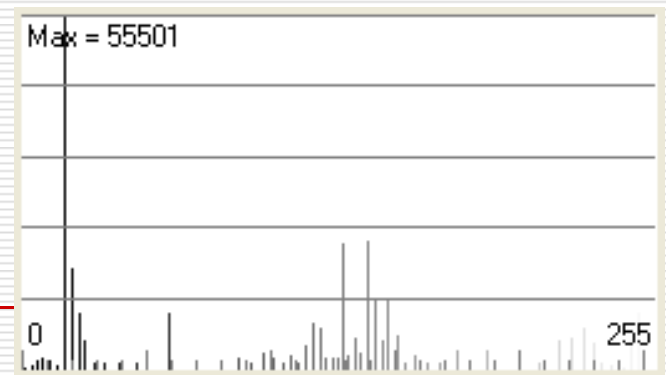
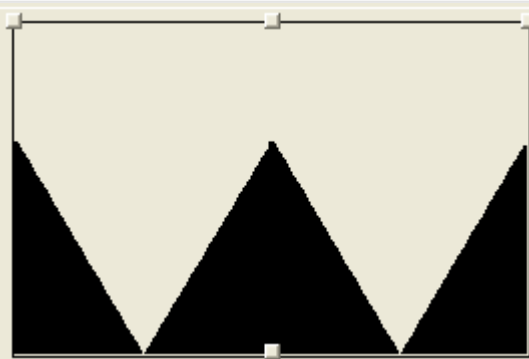
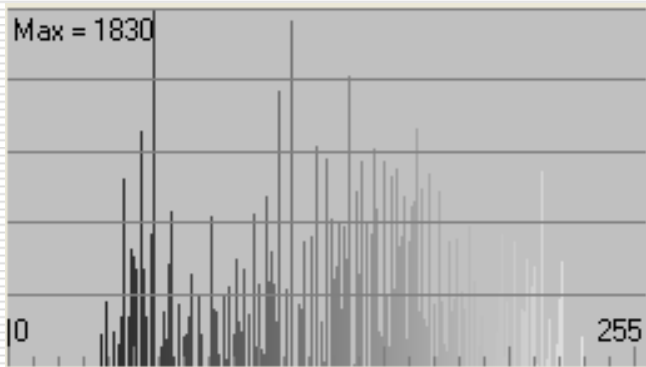
Contoh 1 spesifikasi histogram



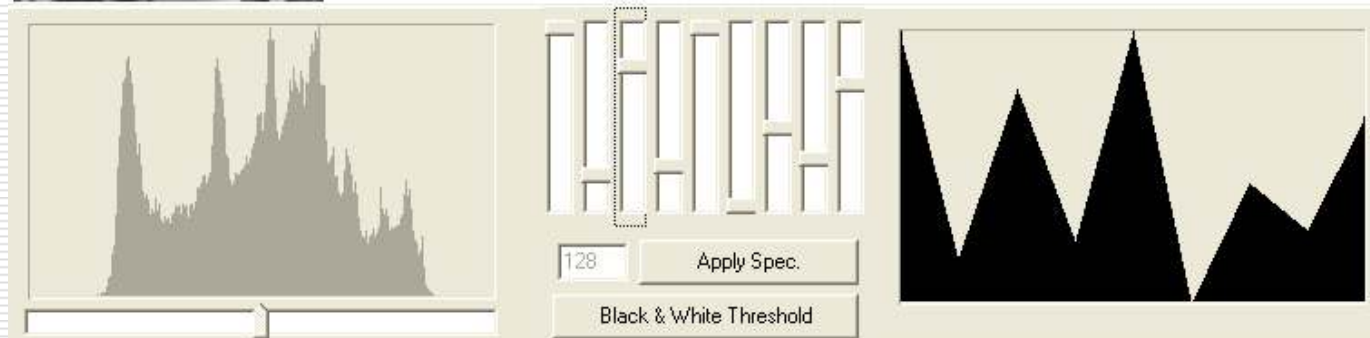
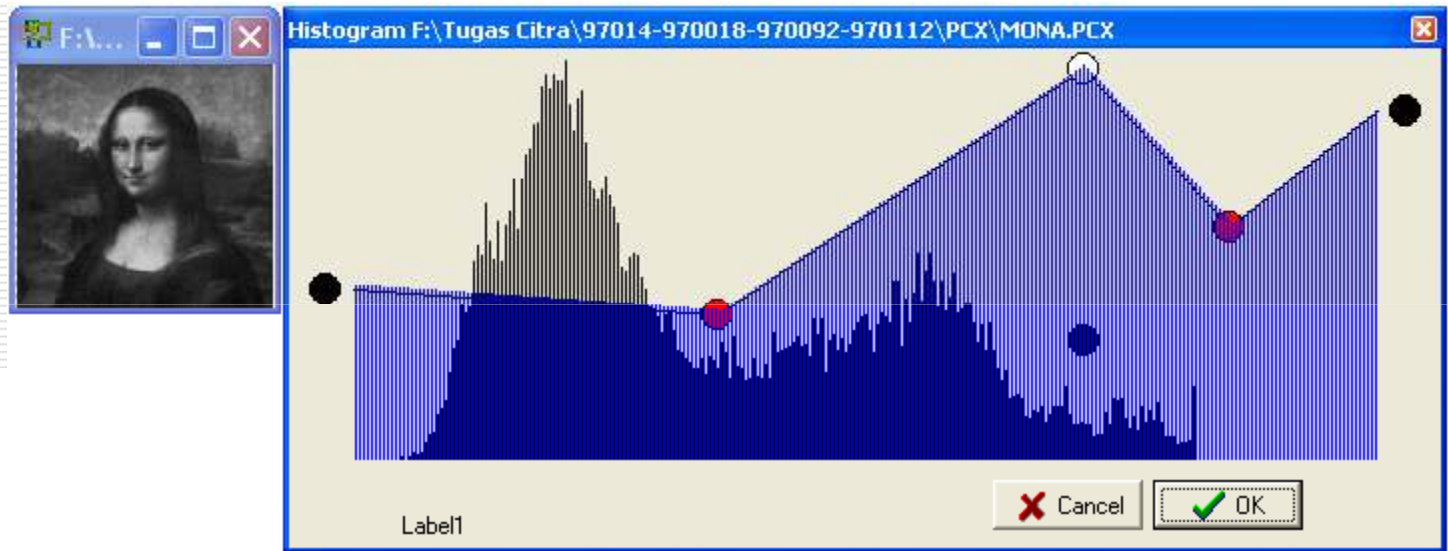
Contoh 2 spesifikasi histogram



Contoh 3 spesifikasi histogram



Contoh cara menspesifikasikan histogram



Local enhancement

- Metode equalisasi dan spesifikasi histogram yg telah dibahas bersifat global (operasi terhadap semua pixel dalam citra)
 - Kadang diperlukan enhancement hanya untuk suatu area tertentu dalam citra
 - Adaptasi metode global (equalisasi atau spesifikasi) untuk area $N \times M$ pixel
-