# KULIAH ANALISIS STATISTIK DATA SIMULASI

## Tipe-tipe simulasi berdasarkan analisis output:

1. Terminating simulation
2. Nonterminating simulation:
   a. Steady-state parameters
   b. Steady-state cycle parameters
   c. Other parameters.

Beberapa kali simulasi akan menghasilkan output dengan rata-rata θ. Pelaksanaan *k* kali simulasi akan menghasilkan output dengan rata-rata $\overline{X}$ yg dapat digunakan sebagai estimator bagi θ.

Analisis data simulasi diperlukan untuk menentukan pada *k* berapa simulasi dapat dihentikan agar mendapatkan output yang representatif.

## RATA-RATA dan VARIANSI SAMPEL

Rata-rata populasi = $\theta \leftrightarrow$ Rata-rata sampel = $\bar{X}$
Variansi populasi = $\sigma^2$ $\leftrightarrow$ Variansi sampel = $S^2$
Deviasi populasi = $\sigma$ $\leftrightarrow$ Deviasi sampel = $S$

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} \frac{X_i}{k}$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (X_i - \bar{X})^2}{k - 1}$$

Simulasi dapat dihentikan setelah output memenuhi kriteria tertentu.

**Metode untuk menentukan kapan menghentikan pembangkitan data (output) baru:**

1. Pilih suatu nilai yang dapat diterima $d = (X_i - \bar{X})$ sebagai simpangan baku.
2. Bangkitkan paling sedikit 30 nilai data.
3. Terus membangkitkan nilai tambahan. Hentikan jika telah terbangkit k nilai dan $S/\sqrt{k} < d$, di mana $S$ adalah simpangan baku (deviasi) sampel yang berdasar pada $k$ nilai itu.
4. Pendugaan dari θ dinyatakan dengan

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{X_i}{k}$$

**Metode untuk perhitungan rekursif rata-rata dan variansi sampel secara berturut-turut:**

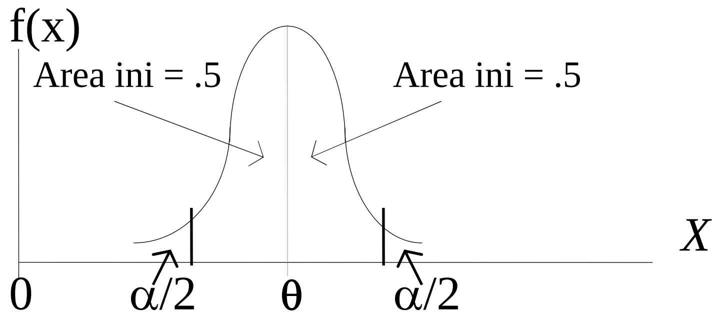
$$\bar{X}_{j+1} = \bar{X}_j + \frac{X_{j+1} - X_j}{j+1}$$

$$S_j^2 = (1-1/j)S_j^2 + (j + 1)(X_{j+1} - X_j)^2$$

**PENDUGAAN INTERVAL dari RATA-RATA SAMPEL**

X tidak diharapkan sama persis dengan θ, tetapi “mendekati”. Untuk itu lebih baik ditentukan suatu interval di mana ada suatu tingkat keyakinan yang pasti bahwa θ terletak di dalamnya. Dalam hal ini, dipakai kurva distribusi normal.

Grafik distribusi normal




Jika dianggap bahwa luas sepenuhnya dari grafik di atas adalah 1, maka interval kepercayaan (confidence interval) adalah 1 - $\alpha$, di mana $\alpha$ adalah daerah di luar interval tersebut.

Contoh: Dengan confidence interval sebesar 95% (0.95), berarti $\alpha$ adalah 5% (0.05).

Dalam perhitungan, confidence interval ini diwakili dengan nilai z yang dapat dilihat dari tabel. $\alpha$ 0.05 diwakili dengan $z_{\alpha/2}$ atau $z_{0.025} = 1.96$.

$\therefore$ **Dengan probabilitas 1-$\alpha$, rata-rata populasi $\theta$ akan terletak di dalam interval $X \pm z_{\alpha/2}S/\sqrt{k}$**

## PEMBANGKITAN VARIABEL ACAK UNTUK INPUT SIMULASI

**Notasi: U(a,b) $\rightarrow$ nilai acak U yang berkisar antara a dan b.**

**a. Eksponensial**

- Bangkitkan $U \sim U(0,1)$
- Didapat $X = -\beta \ln U$

  di mana $\beta$ adalah rata-rata variabel acak eksponensial, $\beta > 0$.

**b. Gamma**

Banyak rumus yang dipakai untuk membangkitkan gamma. Salah satunya adalah:

$$\boldsymbol{X = -\beta \ln (U_1 * U_2)}$$

**di mana $\beta$ adalah parameter.**

(Jika dalam mengerjakan soal, diberikan rumus yang lain, pakai rumus yang diberikan tersebut)

**c. Normal**

- Bangkitkan $U_1$ dan $U_2$ sebagai U(0,1).
  $V_i = 2U_i - 1$ untuk $i = 1,2$
  $W = V_1^2 + V_2^2$
- Jika $W>1$, kembali ke langkah di atas. Jika tidak,
  $Y = \sqrt{(-2 \ln W)/W}$
  $X_1 = V_1 Y$; $X_2 = V_2 Y$
  $X_1$ dan $X_2$ adalah variabel acak N(0,1).

**CONTOH SOAL**

Mesin pada suatu pabrik perlu diperbaiki setiap saat ‘breakdown’ dengan biaya \$100/hari. Jika lama perbaikan mesin berdistribusi gamma dengan parameter $\alpha = 2$ dan $\beta = 1/3$, tentukan rata-rata biaya untuk 30 kali ‘breakdown’, jika diketahui mesin breakdown ke 29 kali mengalami lama perbaikan selama 0.38 hari dengan rata-rata lama perbaikan 0.68 hari dgn variansi $S^2 = 0.02$.

Tentukan juga confidence interval untuk biaya perbaikan untuk 30 kali breakdown dengan 95% kepercayaan.

**Jawab:**

**U1 = 0.818**
**U2 = 0.322**

$$X30 = -\beta \ln (U1 * U2)$$
$$= -1/3 \ln (0.818 * 0.322)$$
$$= 0.445 \text{ hari}$$

∴ **Biaya untuk memperbaiki mesin yg breakdown ke 30 kali adalah \$100 x 0.445 hari = \$ 44.5**

**Rata-rata ke 30 kali =** $\bar{X}30 = \bar{X}29 + \dfrac{X30 - X29}{30}$

$$= 0.68 + \frac{0.445 - 0.38}{30}$$
$$= 0.68 + 0.0022$$
$$= 0.6822$$

**Variansi ke 30 kali =** $S^2 30 = (1 - 1/29)0.02 + 30(0.6822 - 0.68)^2$

$$= 0.0853$$

**95% confidence interval untuk lama perbaikan**

$$\bar{X}30 \pm z_{\alpha/2} * S/\sqrt{n}$$

$$= 0.6822 \pm 1.96 * \frac{\sqrt{0.0853}}{\sqrt{30}}$$

**dari tabel** $z_{0.025}$

$$= 0.6822 \pm 0.1045$$
$$= [0.6822 - 0.1045, 0.6822 + 0.1045]$$
$$= [0.5777, 0.7867]$$

**95% confidence interval untuk biaya breakdown ke 30 adalah**
**[57.77, 78.67]**

**SOAL-SOAL**

1. Sebuah rumah sakit berniat mempelajari penggunaan suatu alat pada ruang emergency. Jika diketahui bahwa lamanya seorang pasien yang di'treat' menggunakan alat tsb berdistribusi normal dgn mean 0.8 jam dan standard deviasi 0.2 jam, tentukan lamanya penggunaan rata-rata perorang (secara simulasi menggunakan metode polar) untuk 6 orang pasien pengguna alat tsb, juga standar deviasinya dan 95% confidence intervalnya.

2. Mesin pada suatu pabrik perlu diperbaiki setiap saat mesin tsb tidak dapat bekerja (karena 'breakdown') dengan biaya Rp. 1.000.000,- per hari. Jika lamanya perbaikan mesin berdistribusi gamma dengan parameter $\alpha = 2$ dan $\beta = 1/3$ (mean waktu perbaikan 2/3 hari), tentukan rata-rata biaya (secara simulasi menggunakan metode transformasi terbalik dari pembangkitan 'random variate' $\alpha$ kali pembangkitan 'random variate' eksponensial dengan mean $\beta$) yg dikeluarkan untuk 30 kali 'breakdown', jika diketahui rata-rata biaya yg dikeluarkan dalam 29 'breakdown' adalah Rp. 687500,-. Tentukan juga 95% confidence intervalnya.

3. Proses antrian mempunyai distribusi antar kedatangan bedrdistribusi eksponensial dengan rata-rata 60 detik, dan pelayanan berdistribusi eksponensial dengan rata-rata 40 detik. Simulasikan antrian tsb untuk mengetahui:

Total waktu senggang pelayan = 37
Total lama waktu antri = 201
Total lama proses dalam sistem = 492
Rata-rata waktu antri = 201/5 = 40.2
Rata-rata lama seseorang diproses dalam sistem = 492/5 = 98.4
Rata-rata panjang antrian = 201/328 = 0.61

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Beda waktu antar kedatangan** | **37** | **51** | **51** | **94** | **56** | |
| **Waktu datang** | **37** | **88** | **139** | **233** | **289** | |
| **Lama waktu layanan** | **99** | **94** | **60** | **4** | **34** | |
| **Waktu mulai diayani** | **37** | **136** | **230** | **290** | **294** | |
| **Waktu selesai dilayani** | **136** | **230** | **290** | **294** | **328** | |
| **Lama waktu antri** | **0** | **48** | **91** | **57** | **5** | |
| **Waktu senggang pelayan** | **37** | **0** | **0** | **0** | **0** | |
| **Lama proses dalam sistem** | **99** | **142** | **151** | **61** | **39** | |